

Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Инженерная графика

Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин  
протокол № 1 от И.В. Авицега 2020 г.  
Председатель ПЦК И.В. Авицега (И.В. Авицега)

Согласовано с методистом  
И.В. Авицега (И.В. Авицега)  
от И.В. Авицега 2020 г.

с. Новый Быт, 2020 г.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Инженерная графика по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Евлахова Наталия Константиновна, преподаватель Инженерной графики

## **Введение**

«Инженерная графика» является общепрофессиональной дисциплиной, формирующей базовые знания, необходимые для усвоения специальных дисциплин.

В результате изучения дисциплины студент должен:

*иметь представление:*

- о роли и месте обозначенных в программе знаний при освоении основной профессиональной образовательной программы по конкретной специальности и в сфере профессиональной деятельности техника;
- о средствах современной машинной графики;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- выполнять графические изображения технологического оборудования и технологических схем в ручной и машинной графике;
- выполнять комплексные чертежи геометрических тел и проекции точек, лежащих на их поверхности, в ручной и машинной графике;
- выполнять чертежи технических деталей в ручной и машинной графике;
- читать чертежи и схемы;
- оформлять технологическую и конструкторскую документацию в соответствии с действующей нормативно-технической документацией;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- законы, методы и приемы проекционного черчения;
- правила выполнения и чтения конструкторской и технологической документации;
- правила оформления чертежей, геометрические построения и правила вычерчивания технических деталей;
- способы графического представления технологического оборудования и выполнения технологических схем;
- требования стандартов Единой системы конструкторской документации (ЕСКД) и Единой системы технической документации (ЕСТД) к оформлению и составлению чертежей и схем.

## Методические указания

Прежде чем приступить к выполнению работы, необходимо изучить теоретический материал по учебнику, а также по сборникам государственных стандартов, которые содержат единые правила и условности, применяемые при выполнении чертежей. Большую помощь могут оказать справочники по черчению.

Все стандарты, необходимые для черчения, объединенные общим названием «Единая система конструкторской документации»(ЕСКД)

Задания, входящие в контрольную работу, выполняются на формате А4 (210×297 мм), а затем сшиваются в альбом. Номер варианта соответствует последней цифре шифра обучающегося. Если последняя цифра 0, то вариант 10.

Работа, выполненная не по своему варианту и не в полном объеме, не засчитывается.

## Рабочая программа

### Раздел 1. Геометрическое черчение

#### *Тема 1.1. Основные сведения по оформлению чертежей*

Форматы чертежей по ГОСТ – основные и дополнительные. Сведения о стандартных шрифтах и конструкции букв и цифр. Правила выполнения надписей на чертежах.

#### *Тема 1.2. Геометрические построения*

Уклон и конусность на технических деталях, правила их определения, построения по заданной величине и обозначение. Деление окружности на равные части. Построение и обводка лекальных кривых.

#### *Тема 1.3. Правила вычерчивания контуров технических деталей*

Геометрические построения, используемые при вычерчивании контуров технических деталей. Размеры изображений, принцип их нанесения на чертеж по ГОСТ.

### Раздел 2. Проекционное черчение

#### *Тема 2.1. Метод проекций*

Образование проекций. Методы и виды проецирования. Виды проецирования. Типы проекций и их свойства. Комплексный чертеж. Понятие об эпюре Монжа. Проецирование точки. Расположение проекций точки на комплексных чертежах. Понятие о координатах точки. Проецирование отрезка прямой. Расположение прямой относительно плоскостей проекций. Взаимное положение точки и прямой в пространстве. Взаимное положение прямых в пространстве.

#### *Тема 2.2. Плоскость*

Изображение плоскости на комплексном чертеже. Плоскости общего и частного положения. Проекции точек и прямых, принадлежащих плоскости. Особые линии плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямые, параллельные и перпендикулярные плоскости. Пересечение прямой с плоскостью. Пересечение плоскостей.

#### *Тема 2.3. Поверхности и тела*

Определение поверхностей тел. Проецирование геометрических тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара и тора) на три плоскости проекций с подробным анализом проекций элементов геометрических тел (вершин, ребер, граней, осей и образующих). Построение проекций точек, принадлежащих поверхностям. Особые линии на поверхностях вращения: параллели, меридианы, экватор.

#### *Тема 2.4. Аксонометрические проекции*

Общие понятия об аксонометрических проекциях. Виды аксонометрических проекций: прямоугольные (изометрическая и диметрическая) и фронтальная диметрическая.

Аксонометрические оси. Показатели искажения.

*Тема 2.6. Сечение геометрических тел плоскостями*

Понятие о сечении. Пересечение тел проецирующими плоскостями. Построение натуральной величины фигуры сечения.

Построение разверток поверхностей усеченных тел: призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Изображение усеченных геометрических тел в аксонометрических прямоугольных проекциях.

*Тема 2.7. Взаимное пересечение поверхностей тел*

Построение линий пересечения поверхностей тел при помощи вспомогательных секущих плоскостей.

Взаимное пересечение поверхностей вращения, имеющих общую ось. Случаи пересечения цилиндра с цилиндром, цилиндра с конусом и призмы с телом вращения.

Ознакомление с построением линий пересечения поверхностей вращения с пересекающимися осями при помощи вспомогательных концентрических сфер.

### **Раздел 3. Техническое рисование и элементы технического конструирования**

*Тема 3.1. Плоские фигуры и геометрические тела*

Назначение технического рисунка. Отличие технического рисунка от чертежа, выполненного в аксонометрической проекции. Зависимость наглядности технического рисунка от выбора аксонометрических осей. Техника зарисовки квадрата, прямоугольника, треугольника и круга, расположенных в плоскостях, параллельных какой – либо из плоскостей проекций.

*Тема 3.2. Технический рисунок модели*

Выбор положения модели для более наглядного ее изображения. Приемы построения рисунков моделей. Элементы технического конструирования в конструкции и рисунке детали. Приемы изображения вырезов на рисунках моделей. Штриховка фигур сечений. Теневая штриховка

### **Раздел 4. Машиностроительное черчение**

*Тема 4.1. Правила разработки и оформления конструкторской документации*

Машиностроительный чертеж, его назначение. Влияние стандартов на качество машиностроительной продукции. Зависимость качества изделия от качества чертежа.

Обзор разновидностей современных чертежей. Виды изделий по ГОСТ 2.101 – 68 (деталь, сборочная единица, комплекс, комплект). Виды конструкторской документации в зависимости от содержания по ГОСТ 2.102 – 68. Виды конструкторской документации в зависимости от стадии разработки по ГОСТ 2.103 – 68 (проектные и рабочие). Литера присваиваемая конструкторским документам. Виды конструкторских документов в зависимости от способа выполнения и характера использования (оригинал, подлинник, дубликат, копия). Основные надписи на различных конструкторских документах. Ознакомление с современными тенденциями автоматизации и механизации чертежно-графических и проектно – конструкторских работ.

*Тема 4.2. Изображения – виды, разрезы, сечения*

Виды: назначение, расположение и обозначение основных, местных и дополнительных видов.

Разрезы: горизонтальный, вертикальные (фронтальный и профильный) и наклонный. Сложные разрезы (ступенчатые и ломаные).

Расположение разрезов. Местные разрезы. Соединение половины вида с половиной разреза. Обозначение разрезов.

Сечения вынесенные и наложенные. Расположение сечений, сечения цилиндрической поверхности. Обозначения сечений. Графическое обозначение материалов в сечении.

Выносные элементы, их определение и содержание. Применение выносных элементов.  
Расположение и обозначение выносных элементов.  
Условности и упрощения. Частные изображения симметричных видов, разрезов и сечений. Разрезы через тонкие стенки, ребра, спицы и т.п. Разрезы длинных предметов.  
Изображение рифления и т.д

#### *Тема 4.3. Винтовые поверхности и изделия с резьбой*

Винтовая линия на поверхности цилиндра и конуса. Понятие о винтовой поверхности.  
Основные сведения о резьбе. Основные типы резьб. Различные профили резьбы. Условное изображение резьбы. Нарезание резьбы: сбеги, недорезы, проточки, фаски. Обозначение стандартных и специальных резьб. Обозначение левой и многозаходных резьб.  
Изображение стандартных резьбовых крепежных деталей (болтов, шпилек, гаек, шайб и др.) по их действительным размерам в соответствии с ГОСТ.  
Условные обозначения и изображения стандартных резьбовых крепежных деталей.

#### *Тема 4.4. Эскизы деталей и рабочие чертежи*

Порядок составления рабочего чертежа детали по данным ее эскиза. Выбор масштаба, формата и компоновки чертежа.

Понятие об оформлении рабочих чертежей изделий для единичного и массового производства.

#### *Тема 4.5. Разъемные и неразъемные соединения деталей*

Различные виды разъемных соединений. Резьбовые, шпоночные, зубчатые (шлицевые), штифтовые соединения деталей, их назначение, условия выполнения.

Первоначальные сведения по оформлению элементов сборочных чертежей (обводка контуров соприкасающихся деталей, штриховка разрезов и сечений, изображение зазоров).

Изображение крепежных деталей с резьбой по условным соотношениям в зависимости от наружного диаметра резьбы.

Изображение соединений при помощи болтов, шпилек, винтов, упрощенно по ГОСТ 2.315 – 68.

Сборочные чертежи неразъемных соединений.

#### *Тема 4.6. Зубчатые передачи*

Основные виды передач. Технология изготовления, основные параметры.

Конструктивные разновидности зубчатых колес.

Условные изображения зубчатых колес и червяков на рабочих чертежах. Условные изображения цилиндрической, конической и червячной передач по ГОСТу.

Изображение различных способов соединения зубчатых колес с валом.

Условные изображения ременной и цепной передач, храпового механизма.

#### *Тема 4.7. Чертеж общего вида и сборочный чертеж*

Конструктивные особенности при изображении сопрягаемых деталей (проточки, подгонки соединений по нескольким плоскостям и др.). Упрощения, применяемые в сборочных чертежах. Изображение уплотнительных устройств, подшипников, пружин, стопорных и установочных устройств.

Назначение спецификаций. Порядок их заполнения. Основная надпись на текстовых документах. Нанесение номеров позиций на сборочный чертеж.

#### *Тема 4.8. Чтение и детализация чертежей*

Порядок детализации сборочных чертежей отдельных деталей. Увязка сопрягаемых размеров.

### **Раздел 5. Чертежи и схемы по специальности**

#### *Тема 5.1. Технологические схемы*

Типы и виды технологических схем. Условные и графические обозначения на технологических схемах. Требования к оформлению технологической схемы по ГОСТу

## **Информационное обеспечение обучения** **Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

Основные источники:

- Пуйческу Ф.И. Инженерная графика: учебник для студ.учреждений сред.проф.образования. Издательский центр «Академия», 2018
- Боголюбов С.К. Инженерная графика: Учебник для сред. спец. учеб. заведений. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2009
- Дадаян А.А. Основы черчения и инженерной графики: Геометрические построения на плоскости и в пространстве: учеб.пособие.-М.:ФОРУМ:ИНФРА-М.2007
- Буланже Г.В., Гушин И.А., Гончарова В.А. Инженерная графика. Проецирование геометрических тел: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2003.
- Вышнепольский И.С. Техническое черчение: Учебник. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2003.
- Иванов Ю.Б. Атлас чертежей общих видов для детализирования: В 4 ч.: Учеб. альбом. – М.: Высш. шк., 2004.
- Инженерная и компьютерная графика /Б.Г. Миронов и др.: Учебник. – М.: Высш. шк., 2004.
- Исаев И.А. Инженерная графика: Рабочая тетрадь. – М.: ИНФРА-М, ФОРУМ, 2002.
- Курмаз Л.В., Скойбеда А.Т. Детали машин. Проектирование: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2004.
- Лагерь А.И. Инженерная графика: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2004.
- Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей: Учебник – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2004.
- Ройтман И.А. Машиностроительное черчение: Учеб. пособие для студ. сред. спец. учеб. заведений: В 2 ч. – М.: ВЛАДОС, 2002.
- Сборник заданий по инженерной графике с примерами выполнения чертежей на компьютере: Учеб. пособие /Б.Г. Миронов и др. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 2004.

Дополнительные источники:

1. Бродский А.М. Практикум по инженерной графике:учеб.пособие для студ.учреждений сред.проф.образования-9-е изд.стер.-М.:Издательский дом «Академия»,2013
2. Миронов Б.Г. Сборник упражнения для чтения чертежей по инженерной графике: учеб.пособие для студ.учреждений сред.проф.образования-6-е изд.стер.-М.:Издательский дом «Академия»,2013
- 3.Электронный образовательный ресурс Инженерная графика; Издательский дом «Академия»,2013

## Контрольная работа

Контрольная работа состоит из 6 заданий, которые выполняются листе для черчения формата А4, где должна быть рамка и штамп.(приложение...

ЛИСТ 1. «Титульный лист»

ЛИСТ 2. «Деление окружности»

ЛИСТ 3. «Сопряжение»

ЛИСТ 4. «Геометрические тела»

ЛИСТ 5. «Комплексный чертеж по 2-м видам»

ЛИСТ 6. «Простой разрез»

Выполнение:

**ЛИСТ 1. «Титульный лист»** выполняется на чертежном листе формата А4 (210×297 мм), рамка со всех сторон листа по 5 мм. Буквы и цифры выполняются в соответствии с ГОСТ 2.304-81. (приложение 1, 2, 3)

**ЛИСТ 2. «Деление окружности»** На листе начертить рамку и штамп (приложение 4,5) задание выполняется в центре листа, в соответствии с номером варианта.(приложение 6)

**ЛИСТ 3. «Сопряжение»** выполняется в центре листа, где должны быть рамка и штамп(приложения 4,5) в соответствии с номером варианта.(приложение 7)

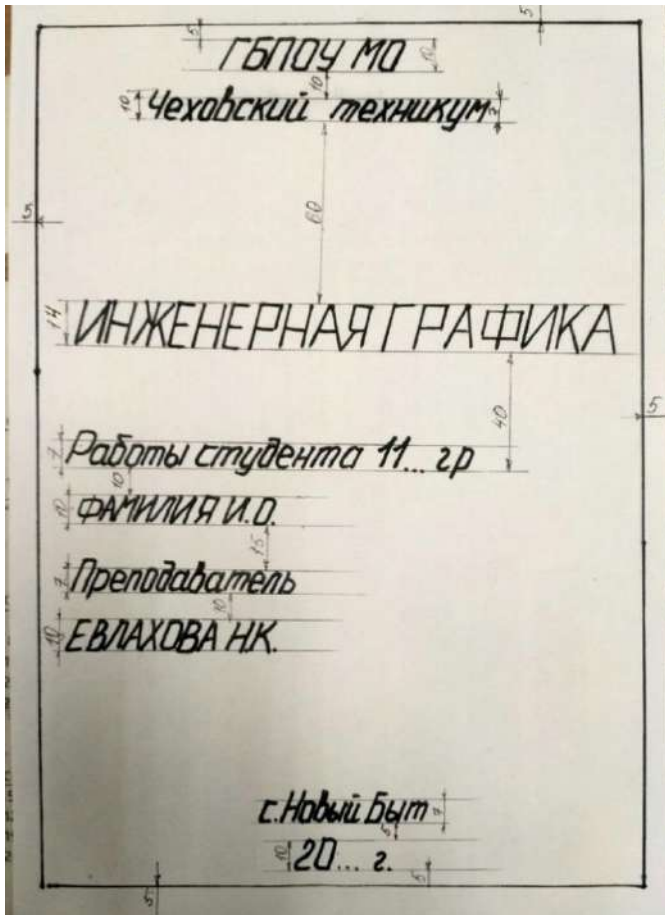
**ЛИСТ 4. «Геометрические тела»** Выполнить 3 вида геометрического тела, согласно варианта, построить изометрическую проекцию и проекции точек на всех видах. (приложение 8)

**ЛИСТ 5. «Комплексный чертеж по 2-м видам»** выполнить комплексный чертеж по двух заданным проекциям, построить третью проекцию и выполнить изометрию (приложение 9)

**ЛИСТ 6. «Простой разрез»** выполнить комплексный чертеж в масштабе 1:2 и на главном виде сделать простой разрез (приложение 10)



Приложение 1



Приложение 2

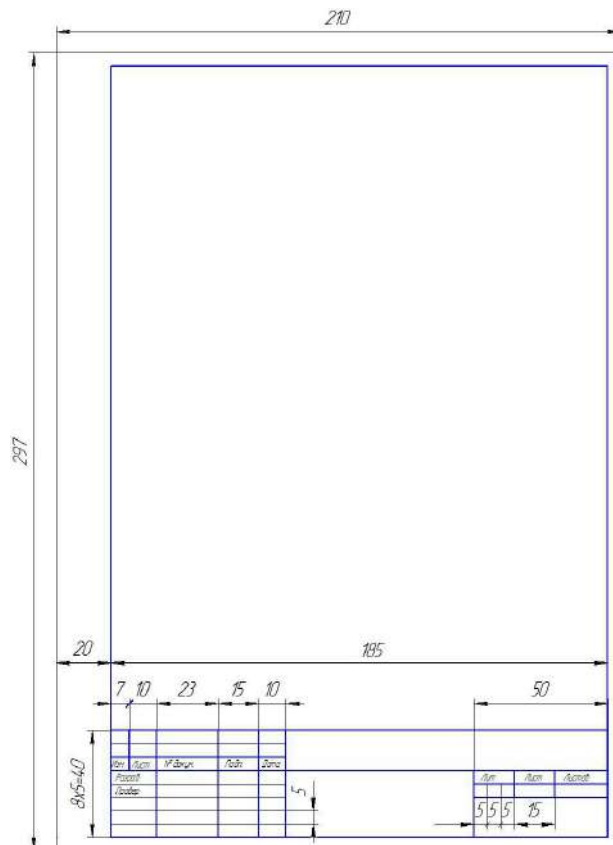
## Шрифты чертежные ГОСТ 2.304-81

Параметры	Обозначение параметров	Относительный размер	Размеры шрифта, мм				
			3,5	5	7	10	14
Высота букв: прописных строчных без отростков строчных с отростками	<i>h</i>		3,5	5	7	10	14
	<i>c</i>	0,7 <i>h</i>	2,5	3,5	5	7	10
	<i>k</i>	<i>h</i>	3,5	5	7	10	14
Ширина прописных букв: узких (Г, Е, З, С) средних (Б, В, И, К, Л, Н, О, П, Р, Т, У, Ч, Э, Ё, Я) широких (А, Д, М, Х, Ц, Ы, Ю) особо широких (Ж, Ф, Ш, Ъ) сверхширокой (Щ)	<i>g</i>	0,5 <i>h</i>	1,8	2,5	3,5	5	7
		0,6 <i>h</i>	2,1	3	4	6	8
		0,7 <i>h</i>	2,5	3,5	5	7	10
		0,8 <i>h</i>	2,8	4	6	8	9
		0,9 <i>h</i>	3,1	4,5	6,3	9	12,6
Ширина строчных букв: узких (с) средних (б, в, г, д, е, з, к, и, й, л, н, о, п, р, у, х, ч, ъ, э, я) широких (а, м, ц, ы, ю, ъ) особо широких (ж, ф, т, ш) сверхширокой (щ)	<i>g</i>	0,4 <i>h</i>	1,2	2	3	4	6
		0,5 <i>h</i>	1,5	2,5	3,5	5	7
		0,6 <i>h</i>	1,8	3	4	6	8
		0,7 <i>h</i>	2	3,5	3,5	7	10
		0,8 <i>h</i>	2,8	4	5,6	8	11,2
Толщина линий шрифта	<i>d</i>	0,1 <i>h</i>	0,35	0,5	0,7	1	1,4
Расстояние между буквами	<i>a</i>	0,2 <i>h</i>	0,7	1	1,4	2	2,8

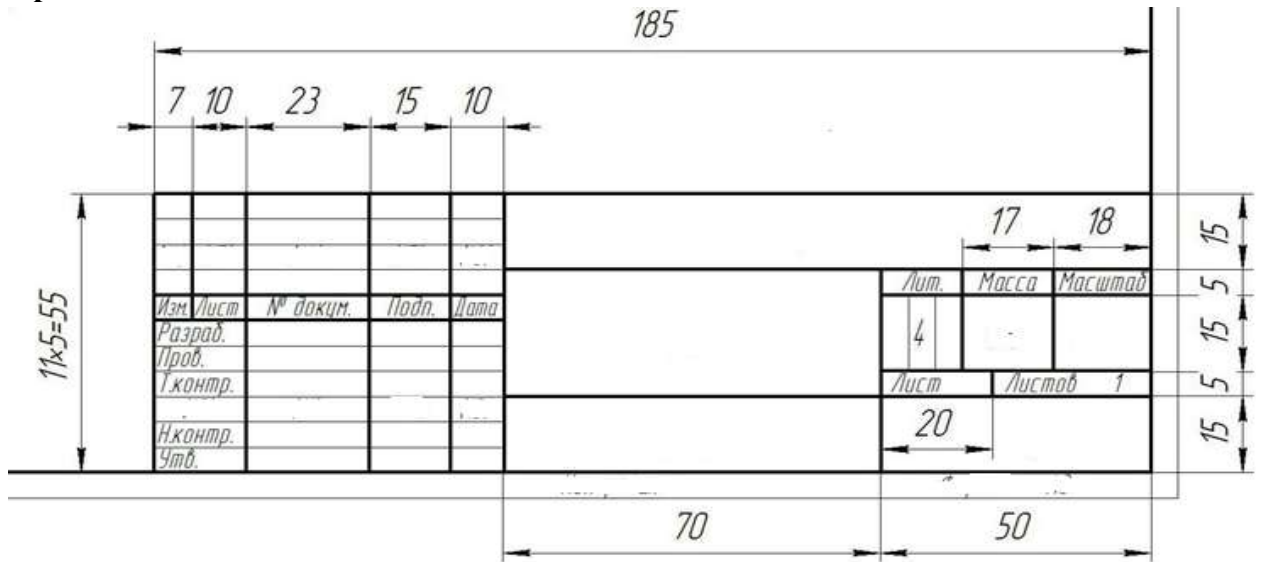
### Приложение 3



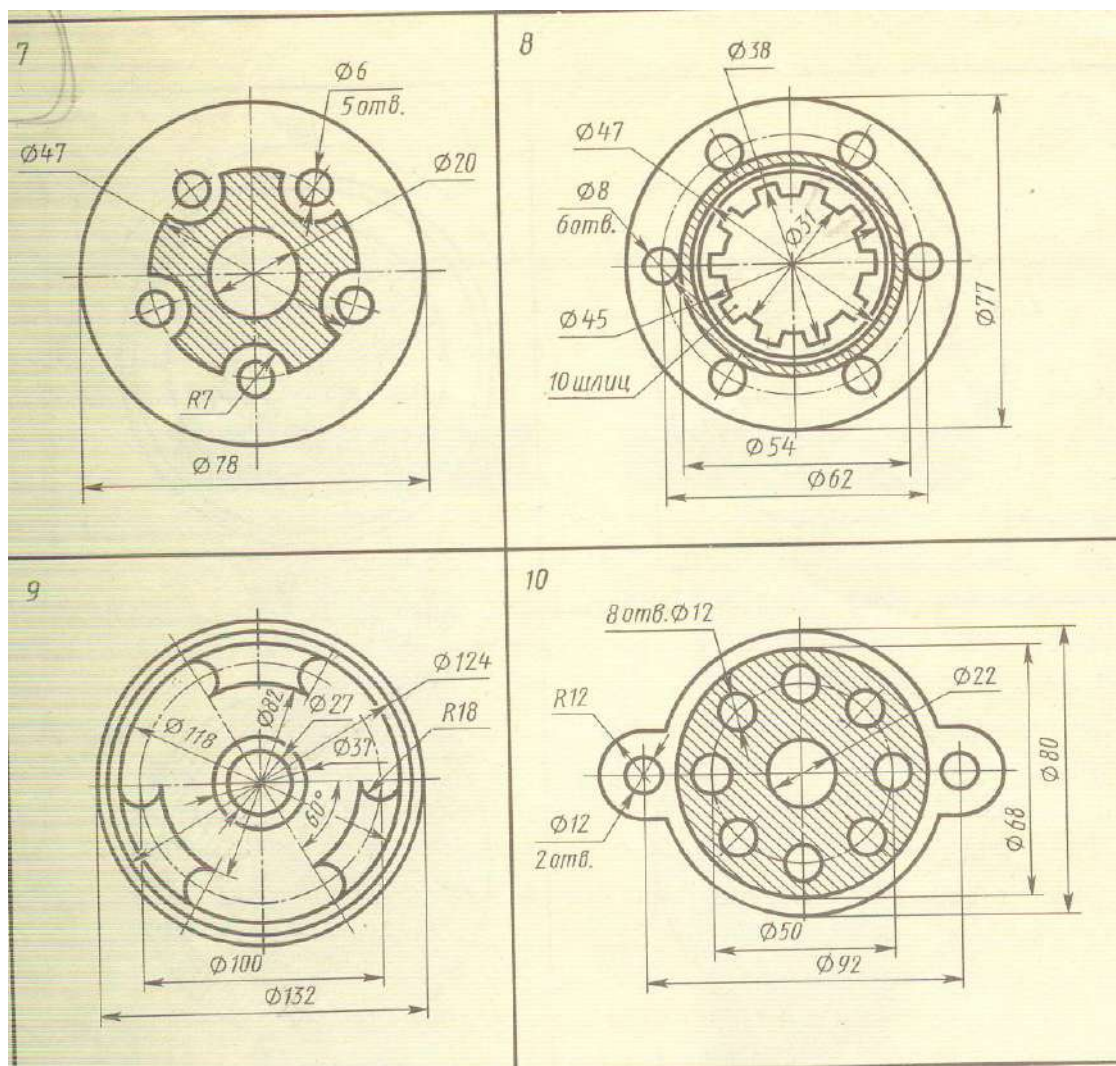
### Приложение 4

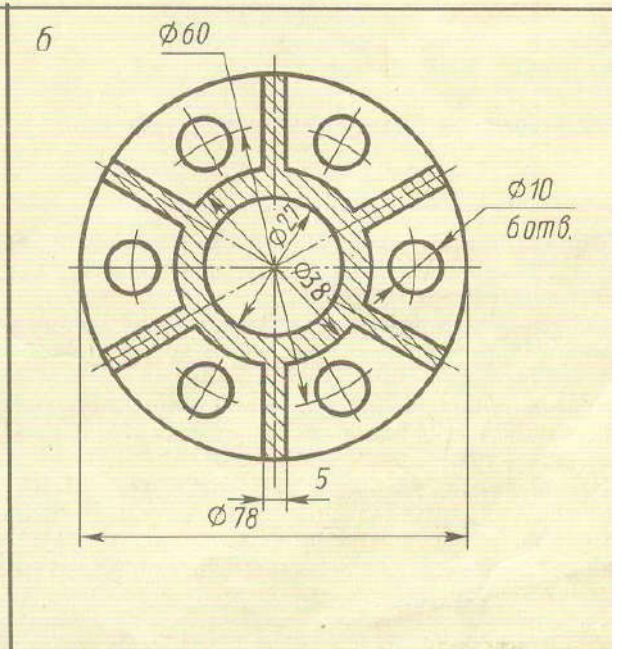
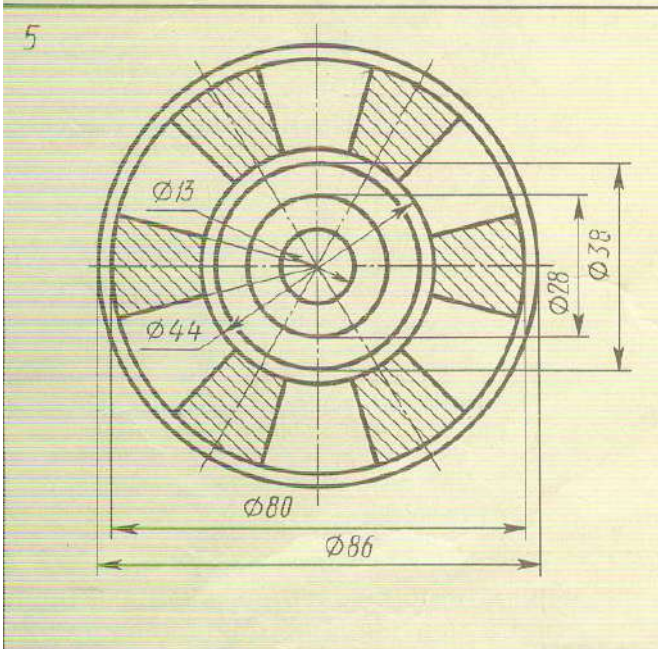
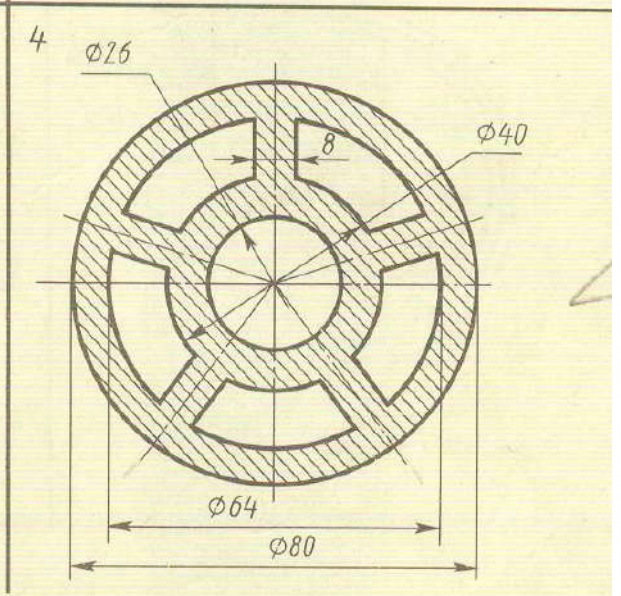
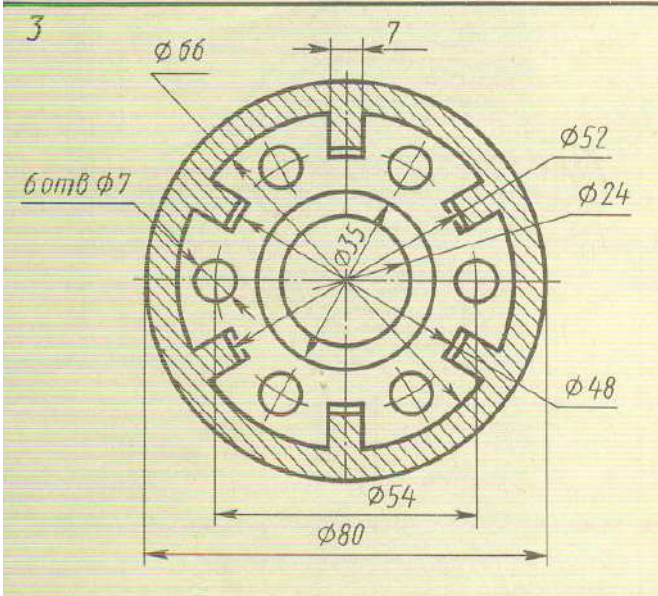
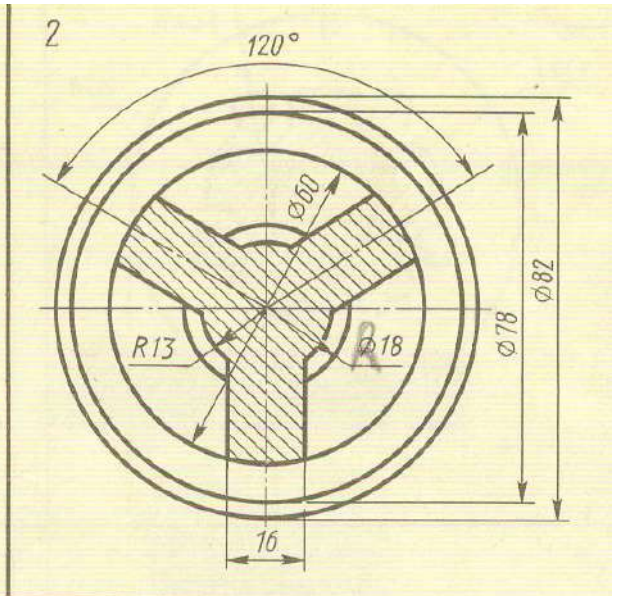
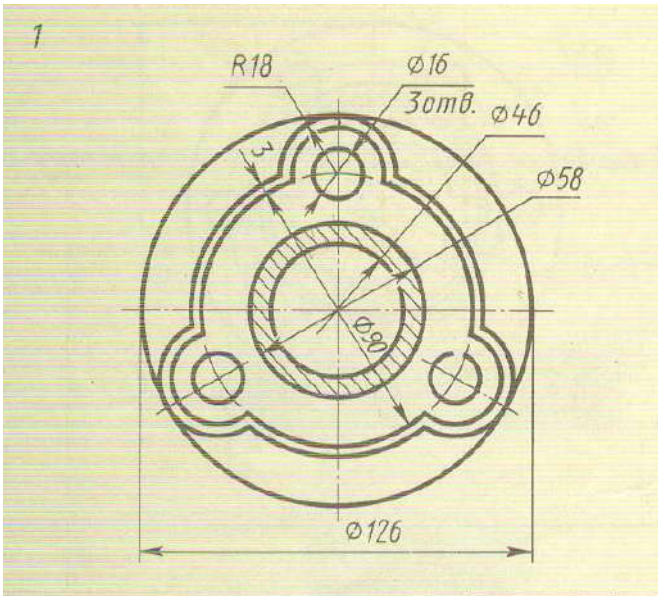


Приложение 5

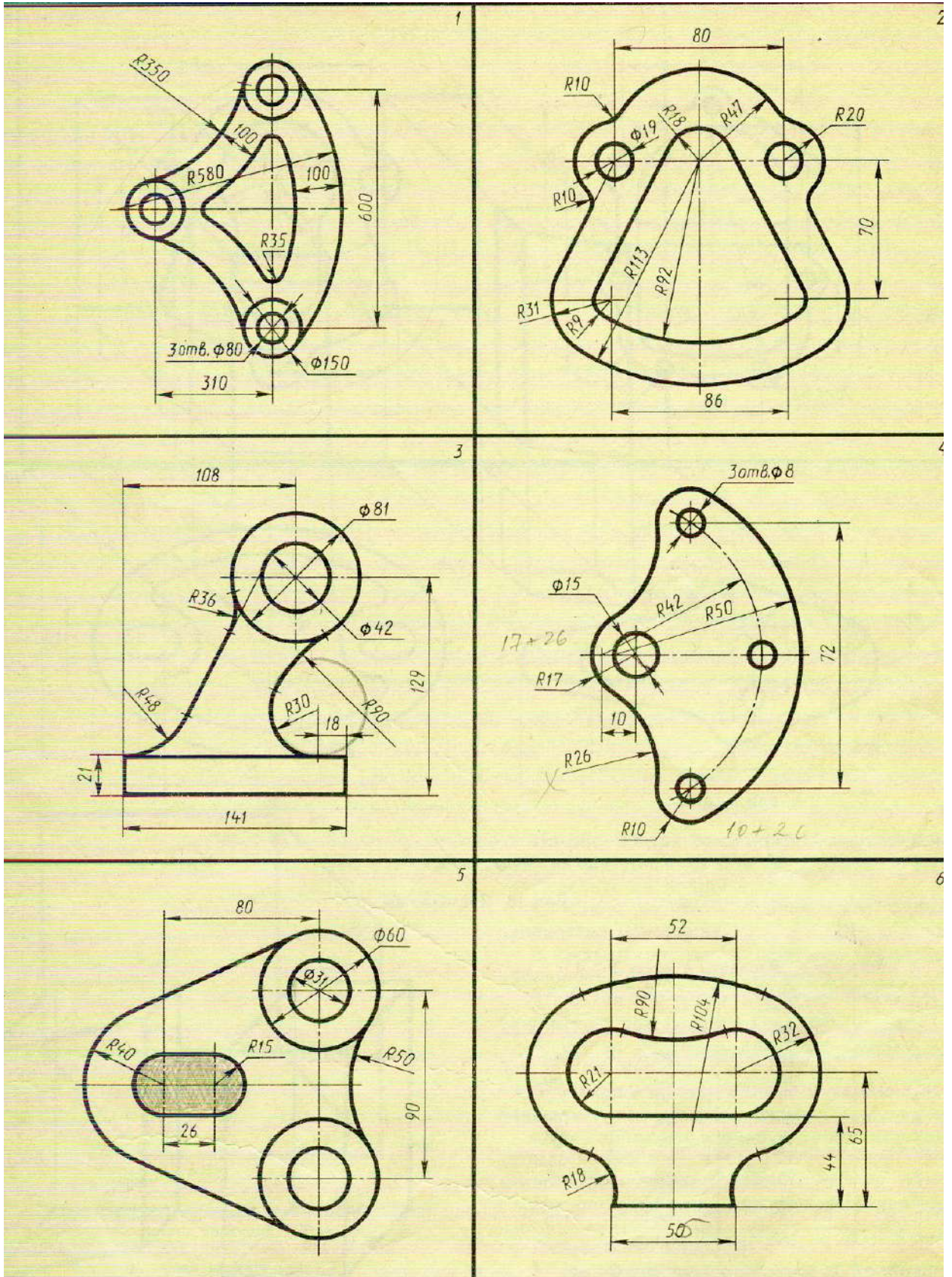


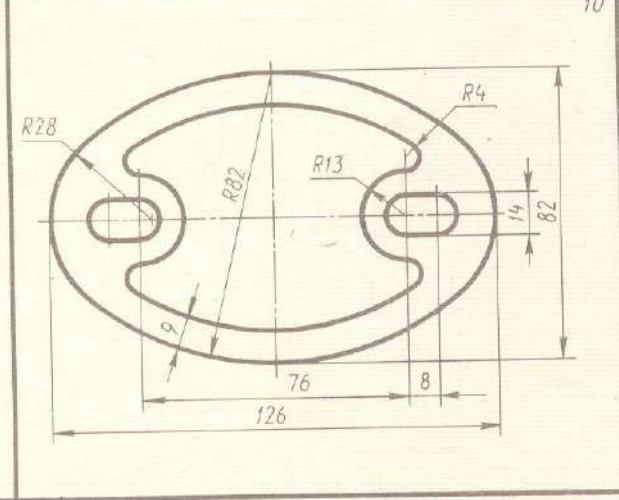
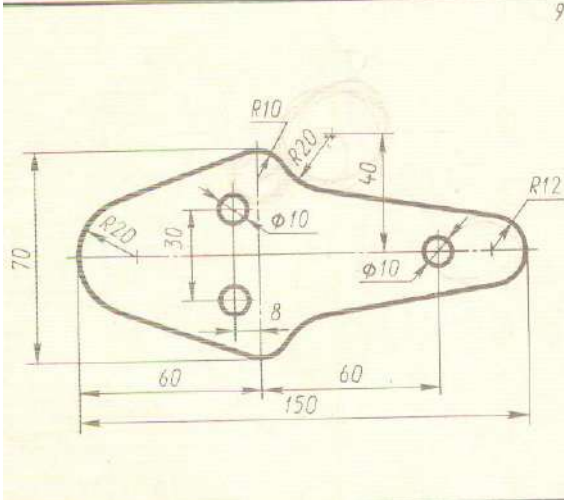
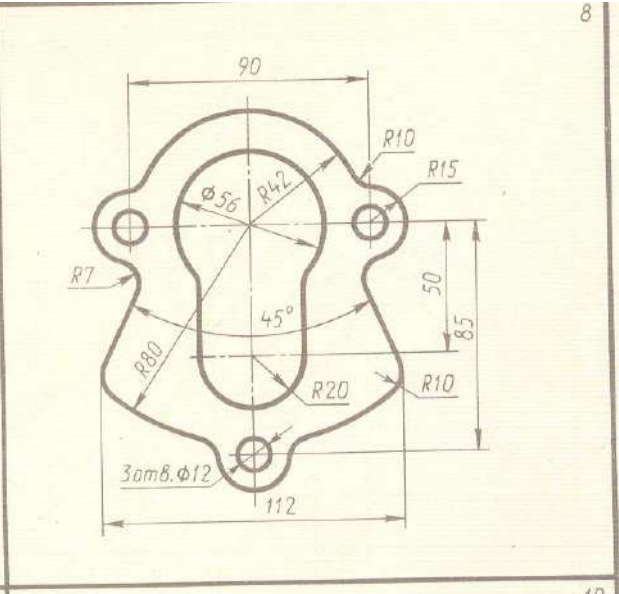
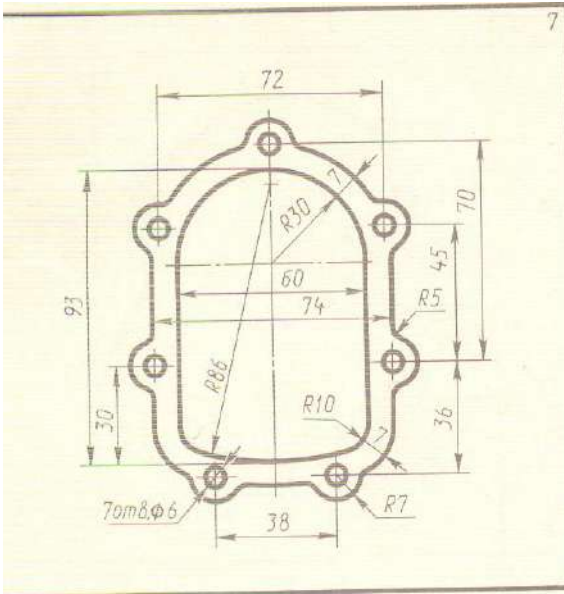
Приложение 6





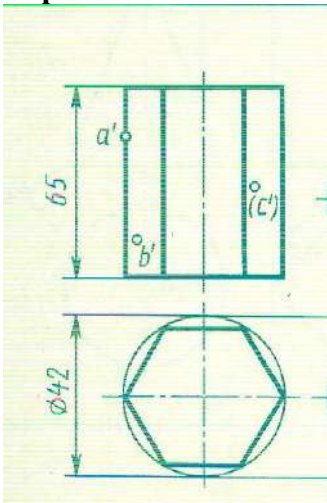
Приложение 7



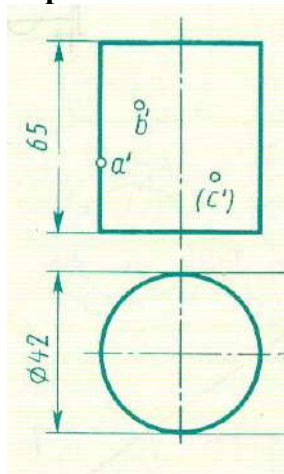


**Приложение 8**

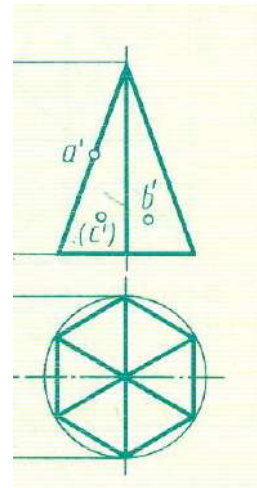
**Вариант 1**



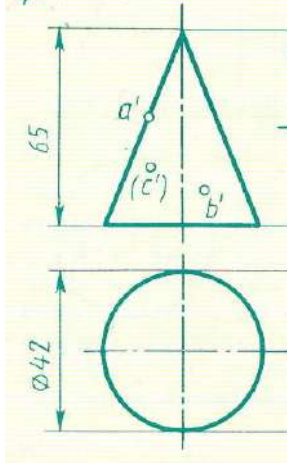
**Вариант 2**



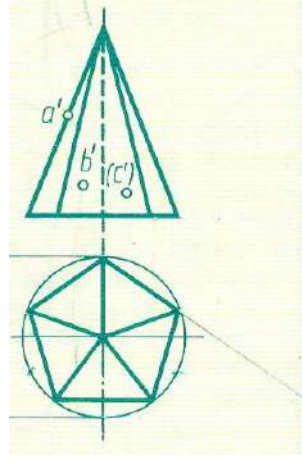
**Вариант 3**



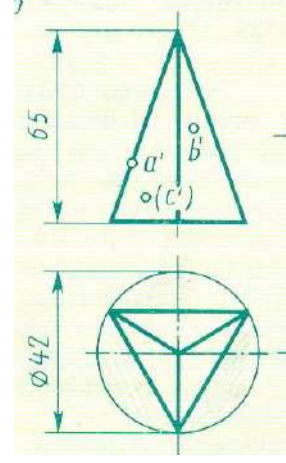
**Вариант 4**



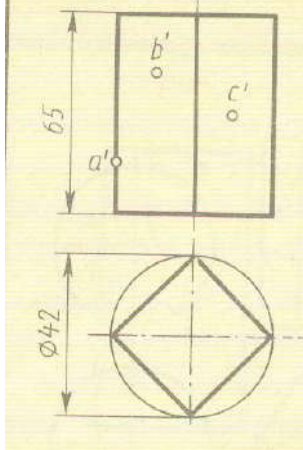
**Вариант 5**



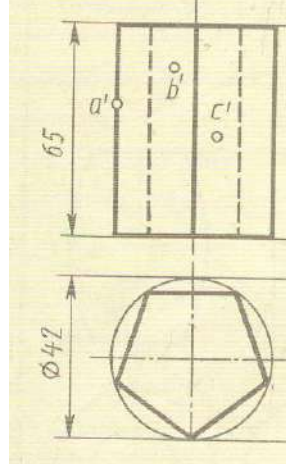
**Вариант 6**



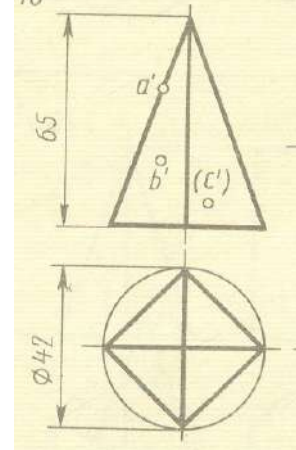
**Вариант 7**



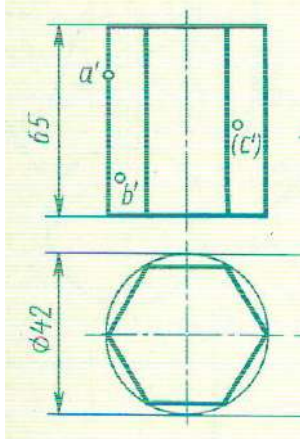
**Вариант 8**



**Вариант 9**

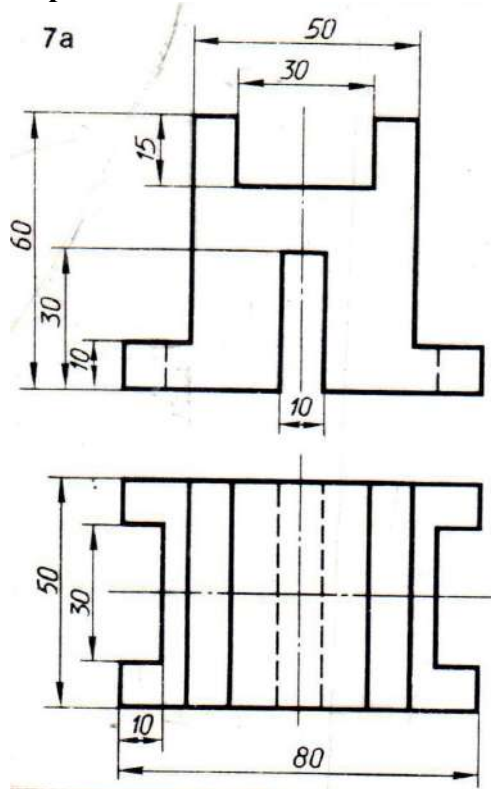


**Вариант 10**

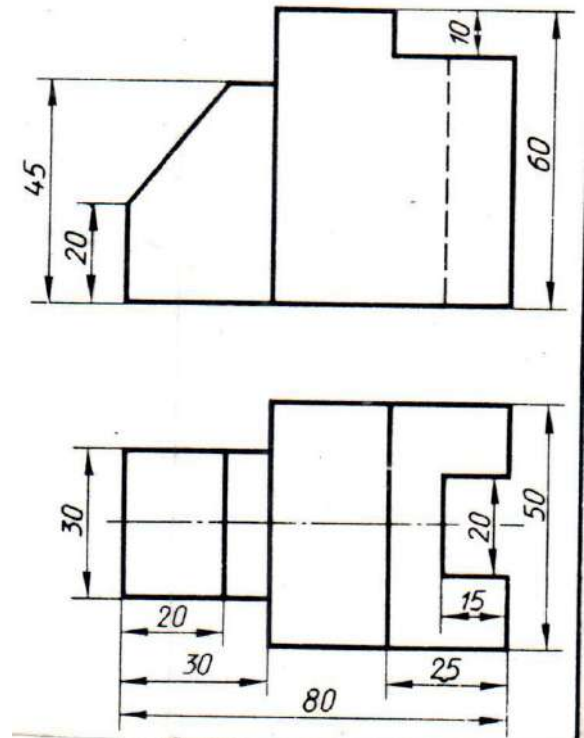


# Приложение 10

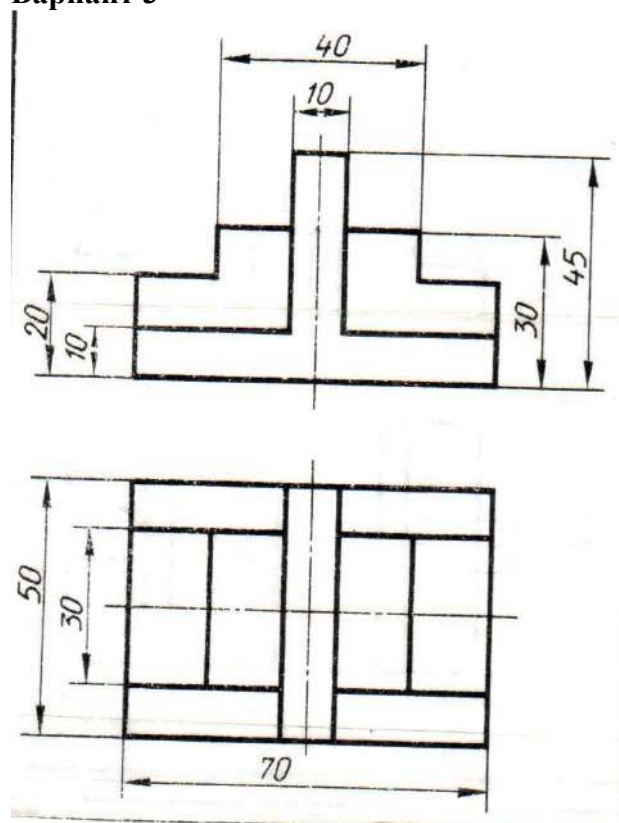
## Вариант 1



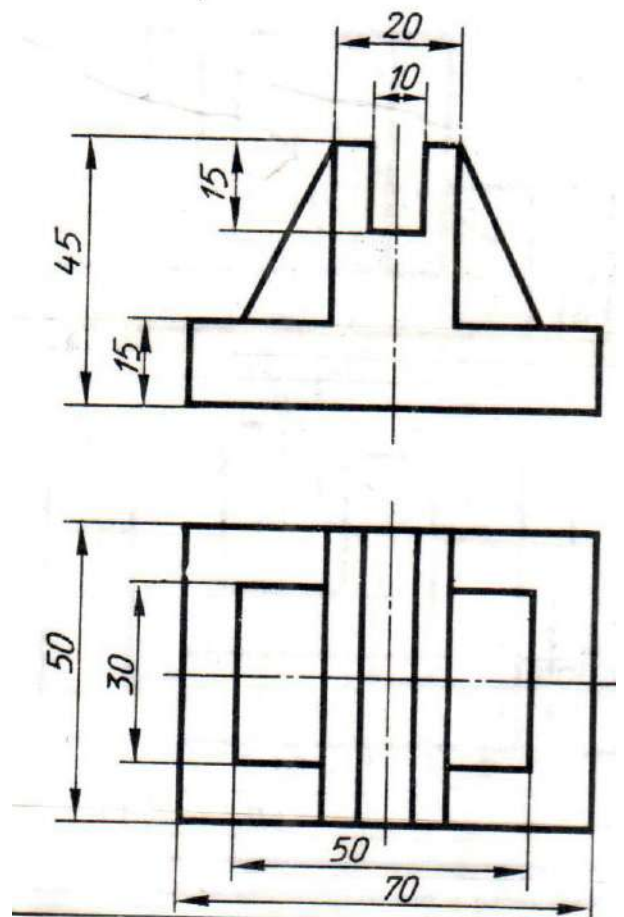
## Вариант 2



## Вариант 3

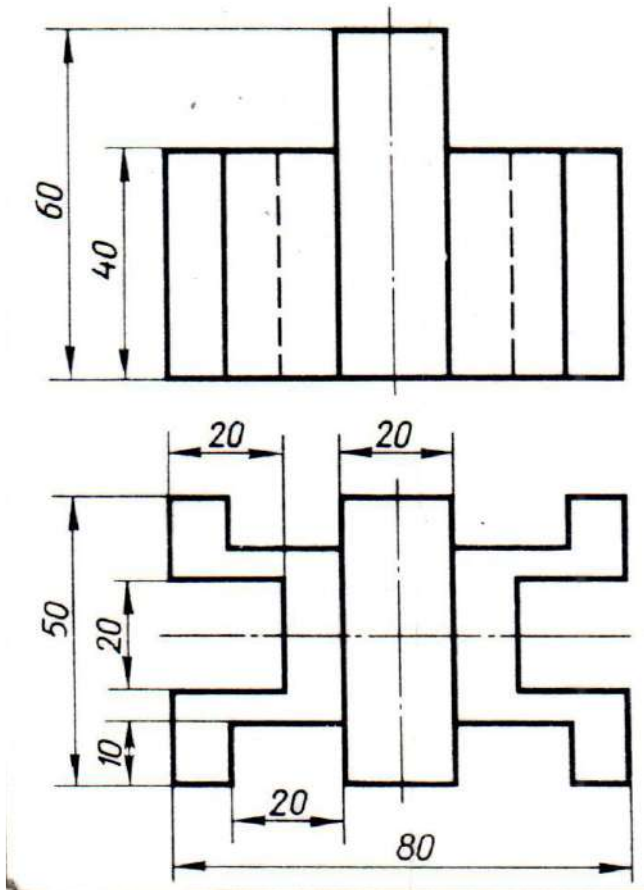


## Вариант 4

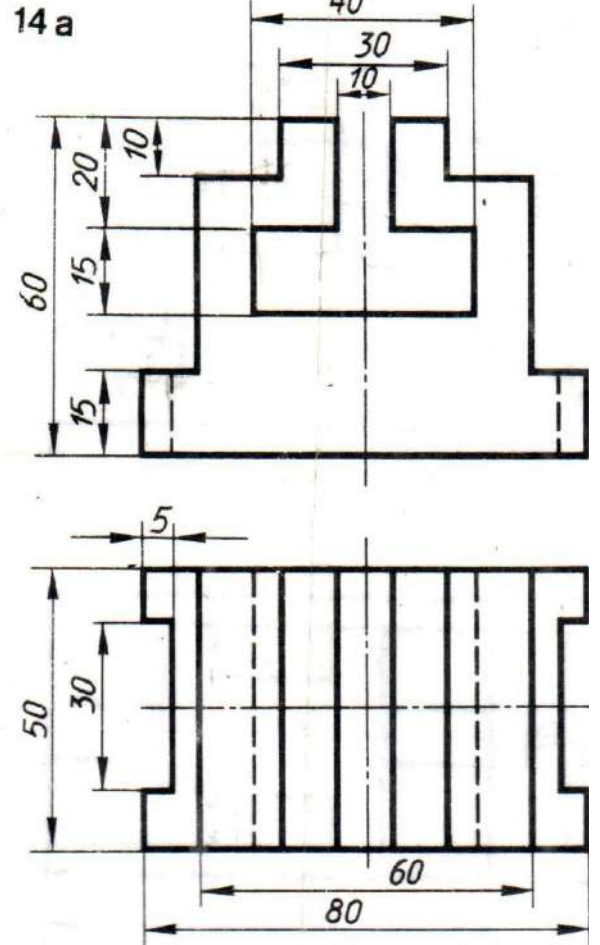




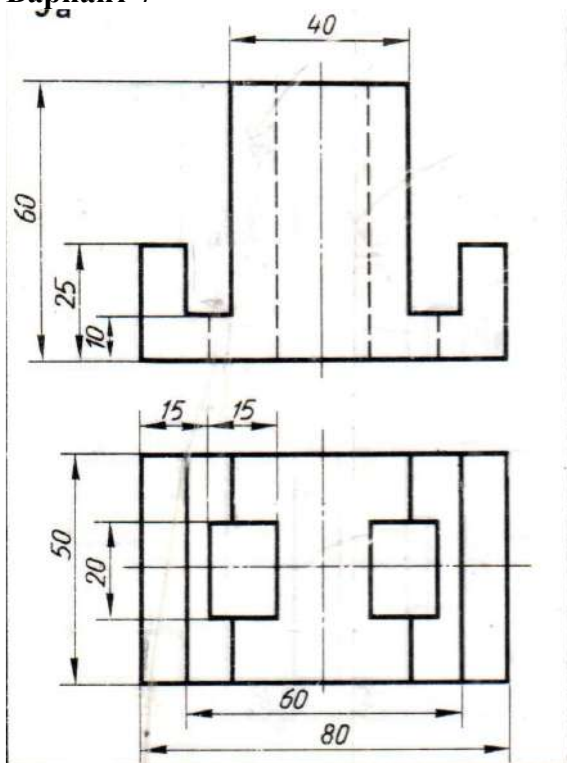
Вариант 5



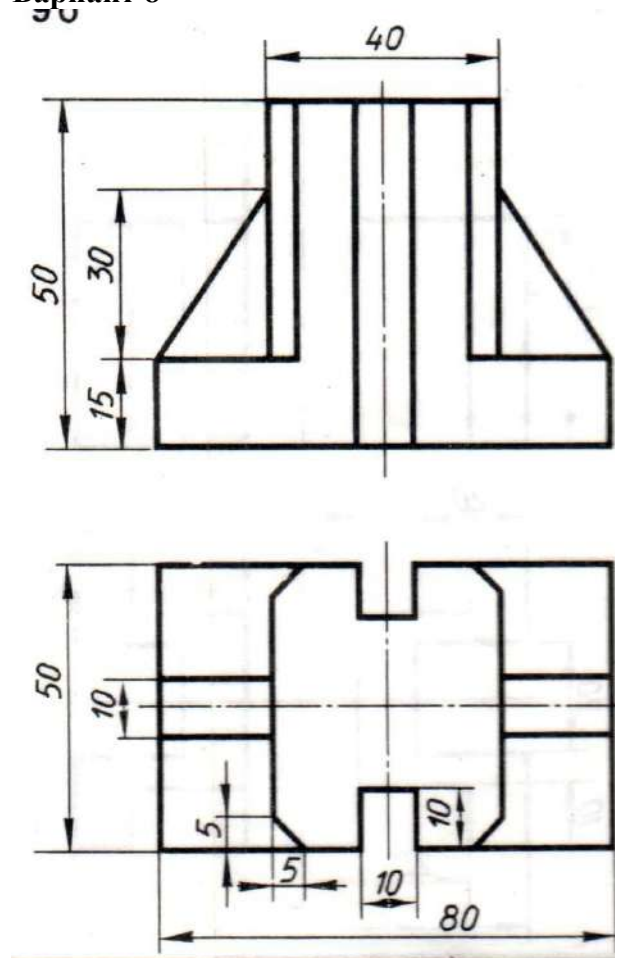
Вариант 6



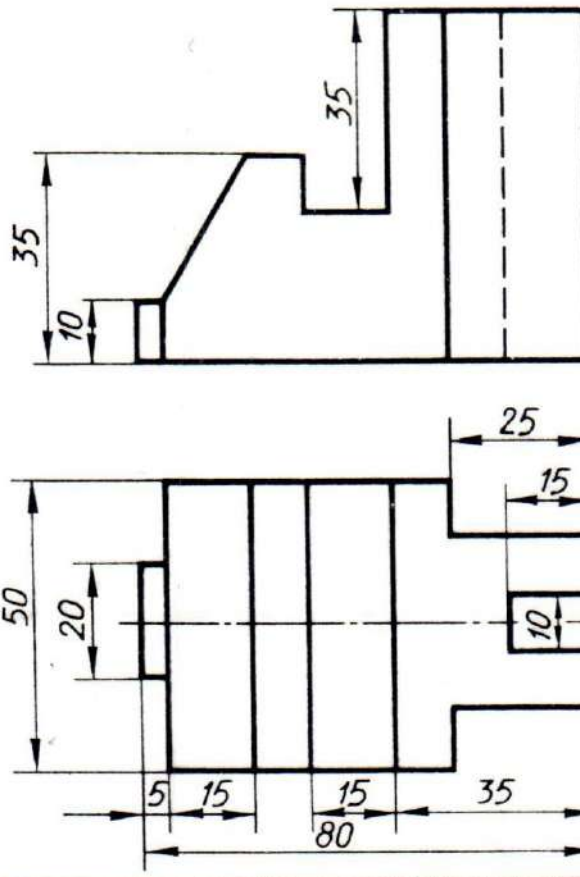
Вариант 7



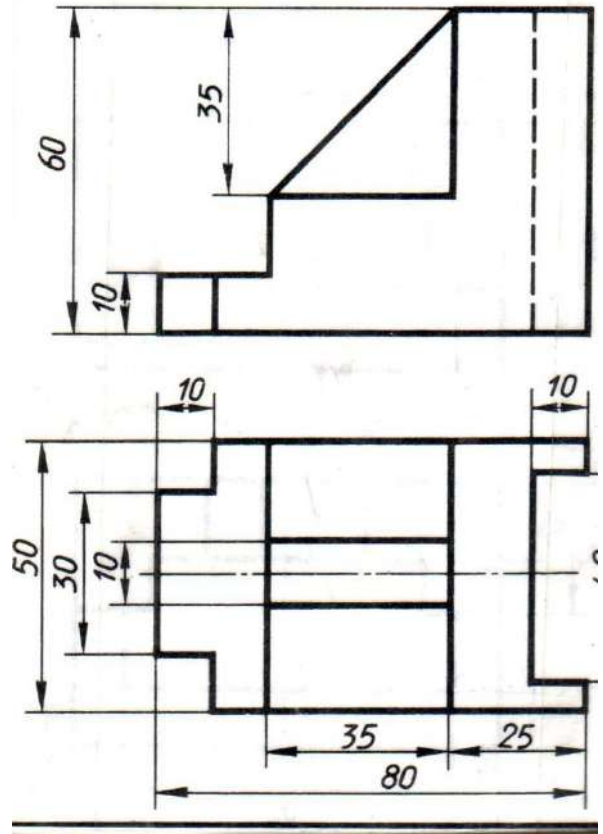
Вариант 8



Вариант 9

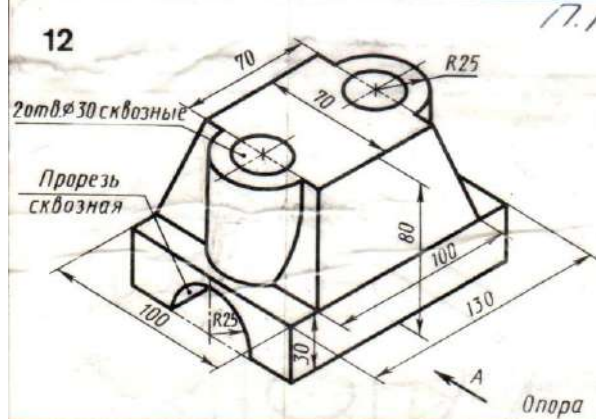


Вариант 10

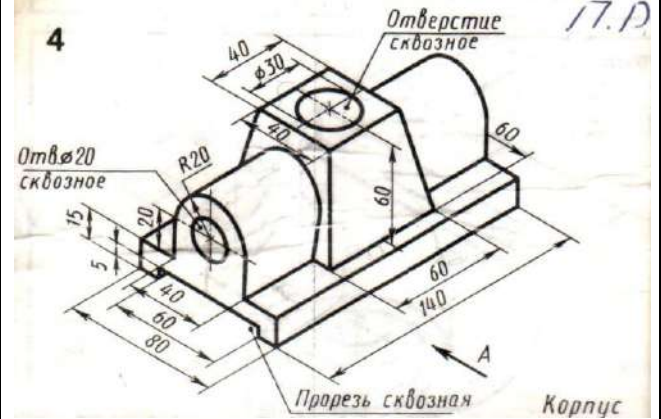


Приложение 10

Вариант 1

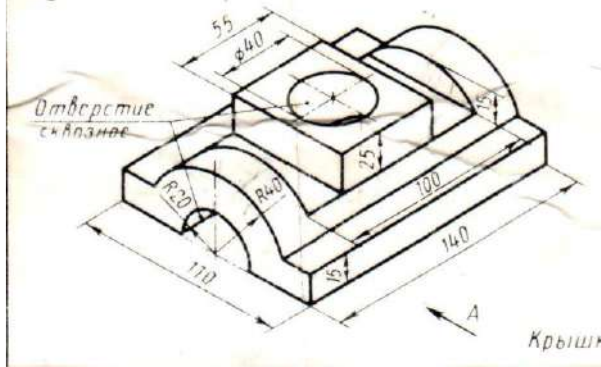


Вариант 2



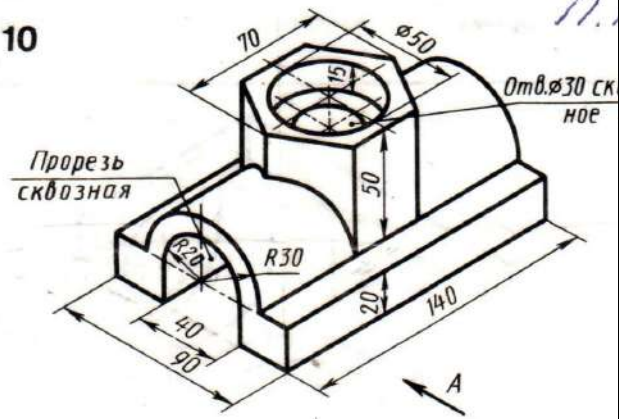
Вариант 3

8



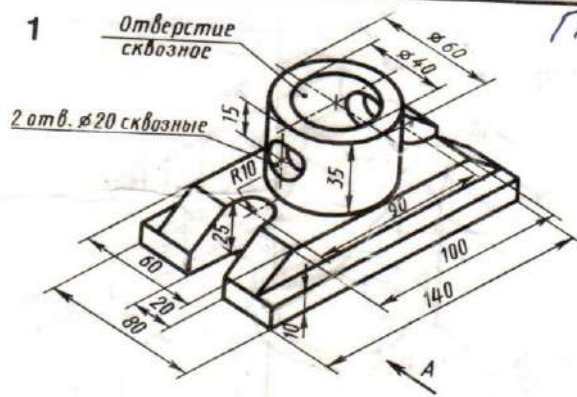
Вариант 4

10



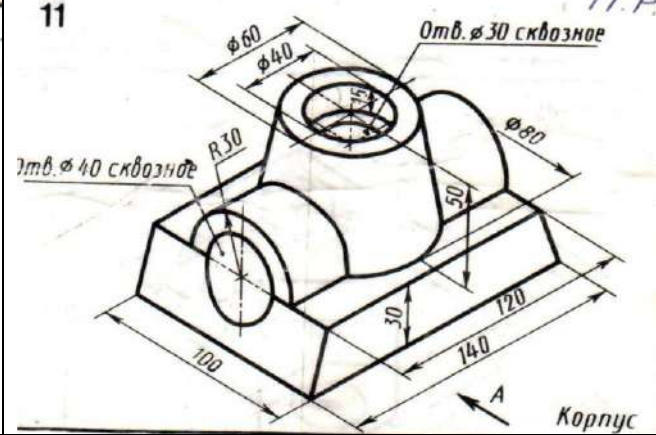
Вариант 5

1



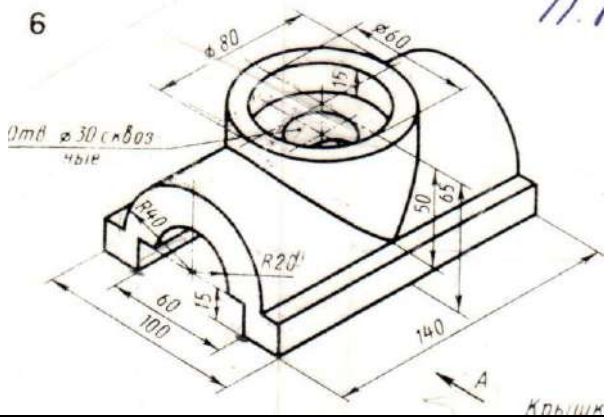
Вариант 6

11

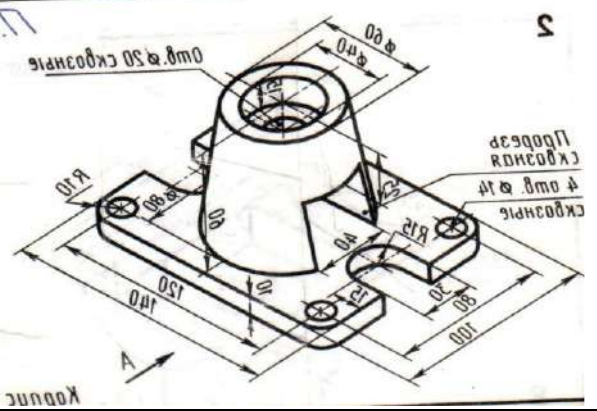


Вариант 7

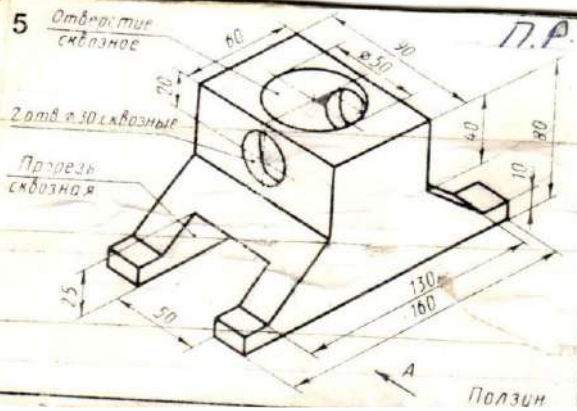
6



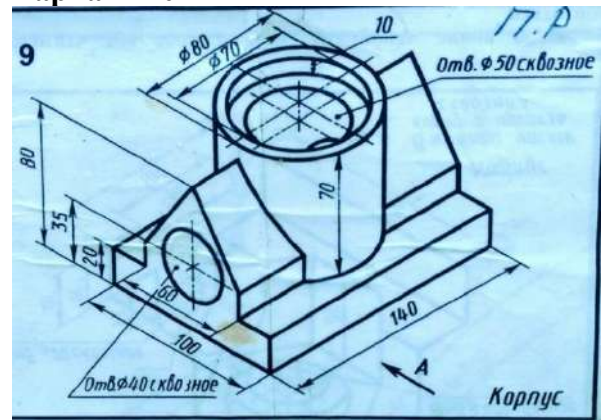
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



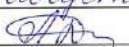
Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

История


Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин

протокол № 1 от 28 августа 2020 г.

Председатель ЦКК  (Денинина А.В.)

Согласовано с методистом

 (Соколова)

От 28 августа 2020 г.

с. Новый Быт, 2020 г.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине История по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Бойко Наталья Николаевна, преподаватель истории

## Содержание

Введение .....	4 - 11
1. Требования к оформлению контрольной работы ....	12 - 13
2. Критерии оценки .....	14 - 15
3. Варианты контрольной работы .....	16 - 26
4. Приложения .....	27 - 28

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания и контрольные задания предназначены для студентов заочной формы обучения по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов среднего профессионального образования при освоении программы дисциплины «Истории».

Методические указания содержат рекомендации для студентов по выполнению и оформлению домашних контрольных работ, согласно учебному плану.

Основной целью данных методических рекомендаций является методическое обеспечение реализации федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности в части освоения студентами заочной формы обучения дисциплины «Истории».

### **ТРЕБОВАНИЯ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО КУРСА**

(выдержка из стандарта)

В соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов и рабочей программой по дисциплине «История» должно обеспечить:

#### **уметь:**

- ориентироваться в современной экономической, политической, культурной ситуации в России и мире;
- выявлять взаимосвязь отечественных, региональных, мировых социально-экономических, политических и культурных проблем.

#### **знать:**

- основные направления ключевых регионов мира на рубеже XX и XXI вв.;
- сущность и причины локальных, региональных, межгосударственных конфликтов в конце XX – начале XXI вв.;
- основные процессы (интеграционные, поликультурные, миграционные и иные) политического и экономического развития ведущих регионов мира;
- назначение ООН, НАТО, ЕС и др. организаций и их деятельности;
- о роли науки, культуры и религии в сохранении и укреплении национальных и государственных традиций;
- содержание и назначение важнейших правовых и законодательных актов мирового и регионального значения.

Обучающийся должен обладать общими компетенциями:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.
- ОК 10. Соблюдать правила техники безопасности, нести ответственность за организацию мероприятий по обеспечению безопасности труда.



## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Студентам следует помнить, что все требования федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования к результатам освоения учебной дисциплины и к его содержанию является обязательными для изучения и освоения. Содержание этих требований отражено в данных методических рекомендациях.

Приступая к изучению истории, студентам следует обратить внимание на общие вопросы данной дисциплины, освещенные во введении и начальных главах учебной литературы; разобраться с основными понятиями и терминами; сформировать задачи дисциплины, ознакомиться с её содержанием, уяснить объем, руководствуясь приведенным списком информационных источников. Учебно-методические материалы по дисциплине изучаются студентами самостоятельно в соответствии с рабочими программами и графикам учебного процесса.

Изучать теоретический материал следует в определенной последовательности: сначала ознакомиться по программе с содержанием темы, а затем, пользуясь методическими указаниями, приступить к ее изучению. К каждой теме есть вопросы для самоконтроля.

Формирование общих и профессиональных компетенций, а также приобретение необходимых умений и знаний обеспечивается следующим предметным содержанием:

Наименование разделов	Содержание учебного материала для выполнения контрольной работы
<b>Раздел 1. СССР в 1980-е – начале 90-х годов, Россия и страны СНГ в 1992 – 2016 гг.</b>	
<b>Тема 1.1.</b> Основные тенденции развития СССР к 1980-м гг.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внутренняя политика государственной власти в СССР к нач. 1980-х гг. Особенности идеологии, национальной и социально-эконом. политики. Л.И. Брежнев. Экономическая реформа Н. А. Косыгина. Нарастание кризисных явлений в социально-экономической сфере.</li> <li>2. Ю.В. Андропов. К.У. Черненко. Кризис правящей верхушки советского общества в начале 1980-х гг.</li> <li>3. Диссидентское движение. Деятельность А. Н. Сахарова и А. И. Солженицына.</li> <li>4. Внешняя политика СССР в период с 1964 по 1985 гг.</li> </ol>
<b>Тема 1.2.</b> СССР в эпоху Перестройки. Распад СССР и его последствия.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Политические деятели СССР 2-ой пол. 1980-х гг. М.С. Горбачев. Перестройка. Ускорение. Политика гласности. Проекты экономической и политической реформ 1987-88 гг. Изменение политической системы.</li> <li>2. Возвышение Б. Н. Ельцина. Экономические программы Л. Абалкина и Г. Явлинского. Введение поста президента СССР. Обострение национальных конфликтов в СССР.</li> <li>3. Противостояние союзной и российской власти в 1990-1991 гг. Попытка переворота 19 августа и его провал. Беловежские и Алма-Атинские соглашения декабря 1991 г. Роспуск СССР и создание СНГ.</li> </ol>
<b>Тема 1.3.</b> Становление современной российской государственности. Экономические и политические преобразования 1990-х годов.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Декларация о гос. суверенитете 12 июня 1990 г. Формирование структур российской власти. Введение поста президента РФ. Реформы Е. Т. Гайдара. Социальные конфликты в 1990-е гг. Осенний политич. кризис 1993 г. Принятие конституции РФ.</li> </ol>

<p>Россия в президентство В. В. Путина и Д. А. Медведева (2000 – 2016 гг.)</p>	<p>2. Конфликты на Северном Кавказе. Боевые действия в Чечне 1994-1996 гг. Хасавюртовские соглашения. Обострение ситуации на Северном Кавказе в кон. 90-х г.</p> <p>3. Дефолт 1998 г. Назначение В. В. Путина председателем правительства. Уход Б. Н. Ельцина в отставку.</p> <p>4. Президентские выборы 2000 г. Политические преобразования В. В. Путина. Основные полит. партии и общественные движения РФ. Экономическое развитие России в 2000-е гг. Президентство Д. А. Медведева. Изменения в конституции. Возвращение В. В. Путина на пост президента. Воссоединение Крыма с Россией.</p>
<p><b>Тема 1.4.</b> Россия в системе международных отношений современного мира.</p>	<p>1. Основные направления внешней политики соврем. РФ. Россия как член международных и региональных структур. Выстраивание отношений с США. Совместная борьба с международным терроризмом. Расширение НАТО и угроза интересам РФ.</p> <p>2. Россия и страны СНГ. Союзное государство России и Белоруссии. Российско-грузинский конфликт 2008 г. Отношения со странами Азии и «третьего мира». Россия и ситуация на Ближнем Востоке (Ливия, Сирия).</p>
<p><b>Тема 1.5.</b> Страны СНГ в 1992 - 2016 годы.</p>	<p>1. Украина. Президенты Л. Кравчук и Л. Кучма. Обострение отношений с Россией. В. Янукович. Гос. переворот февраля 2014 г. Вооруженное противостояние на Донбассе.</p> <p>2. Белоруссия: А.Г. Лукашенко. Молдова: приднестровский конфликт 1992 г., обострение политической ситуации в конце 2000-х гг. Грузия:</p> <p>3. Гамсахурдиа и Э. Шеварднадзе. Отделение Абхазии и Южной Осетии от Грузии. М. Саакашвили.</p> <p>3. Особенности развития среднеазиатских государств СНГ. Казахстан, Туркмения, Таджикистан, Киргизия.</p>
<p><b>Раздел 2. Страны Западной и Центральной Европы на рубеже XX – XXI вв.</b></p>	
<p><b>Тема 2.1.</b> Страны Западной Европы на рубеже XX – XXI вв.</p>	<p>1. Страны Европы в конце XX века. Формирование общеевропейских структур (ЕЭС, Европарламент). Миграционные процессы в странах Европы.</p> <p>2. Великобритания. Изменение политической структуры (введение выборности палаты лордов и пр.) Референдум по Брекзиту.</p> <p>3. Франция. Президентство Ж. Ширака, Н. Саркози, Ф. Олланда. Политические преобразования. Проблема мигрантов во Франции.</p> <p>4. Германия. Объединение Германии. А. Меркель. Германия и миграционный кризис.</p> <p>5. Италия. Испания.</p>
<p><b>Тема 2.2.</b> Страны Центральной Европы и Восточной Европы на рубеже XX – XXI вв.</p>	<p>1. Демократические революции 1989 г. в Восточной Европе. Распад структур социалистического лагеря.</p> <p>2. Противоречия в отношениях стран Центр. Европы и России. Отношения с США и Зап. Европой. Вступление ряда стран Центр. Европы в НАТО, в Евросоюз.</p> <p>3. Страны Балтии. Эстония, Латвия и Литва на рубеже XX - XXI вв.</p> <p>4. Отношения Польши с Россией. Чехия и Словакия.</p>

	Венгрия и Румыния в кон. XX – нач. XXI в. Распад Югославии и его последствия.
<b>Раздел 3. Страны Американского континента, Азии, Африки, Австралии на рубеже XX – XXI веков.</b>	
<b>Тема 3.1.</b> Внутренняя и внешняя политика США на рубеже XX – XXI веков	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. США в 1990-е годы. Президентство Б. Клинтона (1993 – 2001). Президентство Д. Буша-младшего (2001 – 2009). Экономический кризис 2008 г. в США. Президент Б. Обама. Выборная кампания 2016 г.</li> <li>2. Роль США в международной политике. Операция по освобождению Кувейта («Буря в пустыне» 1991 г.). Теракт 11 сентября 2001 г. США как лидер борьбы против международного терроризма. Операция в Афганистане. Иракская война 2003 г. Роль США на постсоветском пространстве.</li> <li>3. Страны Латинской Америки на рубеже XX – XXI вв. (Чили, Перу, Мексика, Венесуэла).</li> </ol>
<b>Тема 3.2.</b> Страны Азии, Африки, Австралии на рубеже XX – XXI веков.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внутривнутриполитическая жизнь Израиля. Б. Нетаньяху, Э. Барак, И. Рабин.</li> <li>2. Приход талибов к власти в Афганистане. Аль-Каида. Антитеррористическая операция в Афганистане и ликвидация режима талибов.</li> <li>3. Ближний и Средний Восток. Контртеррористическая операция России против ИГИЛ в Сирии. Позиция Турции по Ближневосточным вопросам.</li> <li>4. Социально-политическое и экономическое развитие Индии и Индокитая.</li> <li>5. Развитие современного Китая.</li> <li>6. Япония, Северная и Южная Корея).</li> <li>7. Страны Африки в начале XXI в., Австралия и Новая Зеландия.</li> </ol>
<b>Раздел 4. Развитие мира на рубеже XX – XXI веков.</b>	
<b>Тема 4.1.</b> Деятельность мировых и региональных надгосударственных структур. Религия в современном мире.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Военные, политические и экономические организации. Деятельность ООН. НАТО как ведущая политическая организация соврем. мира. Евросоюз и СНГ. АТЭС, ВТО, ОПЕК. Деятельность ЮНЕСКО. Россия в структуре международных организаций.</li> <li>2. Религия в современном мире. Религии в современной России.</li> </ol>
<b>Тема 4.2.</b> Проявления глобализации в социально-экономической сфере. Основные глобальные угрозы современного мира. Экологические проблемы. Международный терроризм.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие «глобализация». ТНК. Россия в системе глобальной экономики.</li> <li>2. Понятие глобальных проблем, их классификация. Причины их обострения в современном мире.</li> <li>3. Недопущение распространения и применения оружия массового уничтожения. Международные договоры по ограничению ОМУ.</li> <li>4. Проблема распространения наркомании и социально значимых заболеваний.</li> <li>5. Международный терроризм как глобальная проблема современного общества.</li> </ol>
<b>Тема 4.3.</b> Характерные особенности современной культуры. Художественная культура на рубеже XX – XXI вв.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные черты современной культуры. Развитие информационных технологий, их влияние на современную культуру. Информационная революция.</li> <li>2. Традиционализм, модернизм и постмодернизм в</li> </ol>

<p>Основные жанры современного искусства и литературы.</p>	<p>современном искусстве и литературе. Основные виды и направления соврем. искусства. Основные тенденции развития градостроительства и архитектуры. 3. Тенденции в развитии театра и кинематографа. Основные жанры театра и кино в современности. 4. Классическая и неклассическая музыка в современном мире. Основные виды неклассической музыки: поп, рок, джаз, рэп и др. Шоу-бизнес. 5. Основные направления и авторы в современной литературе. Лауреаты Нобелевской премии по литературе. Развитие литературы в России.</p>
<p><b>Тема 4.4.</b> Достижения науки и техники на рубеже XX – XXI вв.</p>	<p>1. Основные черты науки современности. Развитие науки и ВПК. Достижения в области физики и химии, астрономии и космонавтики, биологии и медицины. Достижения в генетике. Клонирование животных. Нанотехнологии. 2. Состояние медицины в современный период. Проблемы эвтаназии и применения стволовых клеток. 3. Основные достижения техники в сфере повседневного быта, транспорта, информационной технологии, военной сфере. 4. Этические вопросы деятельности учёных. Ответственность учёных перед обществом.</p>

#### **Контрольные вопросы по дисциплине История:**

1. Внутренняя политика государственной власти в СССР к началу 1980-х гг. Особенности идеологии, национальной и социально-экономической политики.
2. Культурное развитие народов Советского Союза и русская культура.
3. Внешняя политика СССР. Отношения с сопредельными государствами, Евросоюзом, США, странами «третьего мира».
4. Анализ исторических карт и документов, раскрывающих основные направления и особенности внешней политики СССР к началу 1980-х гг.
5. Политические события в Восточной Европе во второй половине 80-х гг.
6. Распад СССР и образование СНГ. Российская Федерация как правопреемница СССР.
7. Работа с историческими картами СССР и РФ за 1989-1991 гг.: экономический, внешнеполитический, культурный, геополитический анализ событий этого периода.
8. Локальные национальные и религиозные конфликты на пространстве бывшего СССР в 1990-е гг.
9. РФ в планах международных организаций: военно-политическая конкуренция и экономическое сотрудничество. Планы НАТО в отношении России.
10. Работа с историческими картами и документами, раскрывающими причины и характер локальных конфликтов в РФ и СНГ в 1990-е гг.
11. Россия на постсоветском пространстве: договоры с Украиной, Белоруссией, Абхазией, Южной Осетией.
12. Политика России на Северном Кавказе. Причины, участники, содержание, результаты вооруженного конфликта в этом регионе.
13. Изменения в территориальном устройстве Российской Федерации.

14. Изучение политических карт 1993-2009 гг. и решений Президента РФ по реформе территориального устройства РФ.
15. Формирование единого образовательного и культурного пространства в Европе и отдельных регионах мира. Участие России в этом процессе.
16. Анализ документов ВТО, ЕЭС, ОЭСР, НАТО в сфере глобализации различных сторон жизни общества с позиции гражданина России.
17. Проблема экспансии в Россию западной системы ценностей и формирование «массовой культуры».
18. Тенденции сохранения национальных, религиозных, культурных традиций и «свобода совести» в России.
19. Идеи «поликультурности» и молодежные экстремистские движения.
20. Место традиционных религий, многовековых культур народов России в условиях «массовой культуры» глобального мира.
21. Перспективные направления и основные проблемы развития РФ на современном этапе.
22. Территориальная целостность России, уважение прав ее населения и соседних народов - главное условие политического развития.
23. Инновационная деятельность - приоритетное направление в науке и экономике.
24. Сохранение традиционных нравственных ценностей и индивидуальных свобод человека - основа развития культуры в РФ.
25. Осмысление сути важнейших научных открытий и технических достижений в современной России с позиций их инновационного характера и возможности применения в экономике.

Согласно учебного плана в процессе изучения курса истории студентами выполняется одна домашняя контрольная работа, являющаяся одной из форм проверки и оценки усвоенных студентом знаний, а также средством самоконтроля. Выполнять домашнюю контрольную работу следует в соответствии с установленными учебным планом и графиком учебного процесса сроками сдачи. Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается и возвращается без оценки.

Для выполнения домашней контрольной работы необходимо:

- ознакомиться с общими вопросами организации и выполнения самостоятельной работы студентов заочной формы обучения;
- ознакомиться со структурой и содержанием данных методических указаний;
- определить свой вариант, выбор которого зависит от последней цифры шифра студента (если шифр заканчивается на цифру 1, то выполняется первый вариант, на цифру 2 – второй вариант и т.д., если шифр заканчивается на 0, то студент выполняет 10-й вариант) или по таблице выбора вариантов, которая помещена в данном пособии;
- выполнить все задания по всем пунктам.

Домашняя контрольная работа выполняется письменно (отпечатано), оформленная в соответствии с установленными требованиями, сдается на заочное отделение для проверки преподавателем.

## ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

(выдержка из рабочей программы)

Изучение междисциплинарного курса обеспечивается следующими информационными источниками:

### Печатные издания

#### Учебные пособия:

1. История Отечества: С древнейших времен до наших дней. Учебник для студ. учреждений СПО. Артемов В.В., Лубченков Ю.Н.- М.: Академия, 2014.
2. История. Учебник для студ. учреждений СПО. Артемов В.В., Лубченков Ю.Н.- М.: Академия, 2012.

#### Дополнительная литература:

1. Бжезинский З. Великая шахматная доска. М.:Международные отношения,1998.–254 с.
2. Большая энциклопедия России: Современная Россия. М.: ИДДК, 2007. MDF. eBook (компьютерное издание). 99 Мб
3. Ванюков Д.А. Демократическая Россия конца XX - начала XXI века. /Д.А. Ванюков. М.: Мир книги, 2007. - 240 с.
4. Дегтев Г.В. Становление и развитие института президентства в России: теоретико-правовые и конституционные основы / Г.В. Дегтев; 12 МГИМО (ун-т) МИД РФ, Междунар. ин-т упр. – М.: Юристь, 2005. – 237 с.
5. Дроздов Ю. Россия и мир. Куда держим курс. /Ю.Дроздов. – М.: Артстиль-полиграфия, 2009. - 352 с.
6. Изосимов Ю.Ю. Справочное пособие по отечественной истории современного периода. 1985-1997 гг. /Ю.Ю. Изосимов. – М.: Аквариум, 1998. – 217 с.
7. Кузык Б.Н. Россия и мир в XXI веке / Б.Н. Кузык. Издание второе. – М.: Институт экономических стратегий, 2006. – 544с.
8. Леонов Н. Закат или рассвет? Россия: 2000–2008. /Н.Леонов. М., 2008. – 545 с.
9. Нарочницкая Н.А.Россия и русские в современном мире.М.:Алгоритм, 2009.– 416 с.
10. Печенев В.А. «Смутное время» в новейшей истории России (1985-2003): ист. свидетельства и размышления участника событий /В. Печенев. - М.: Норма,2004. – 365с.
12. Сурков В.Ю. Основные тенденции и перспективы развития современной России. /В.Ю. Сурков. М.: Современный гуманитар. университет, 2007. – 49 с.

#### Электронные издания и электронные ресурсы:

Публикации научно-образовательного форума по международным отношениям на сайте:

<http://www.obraforum.ru/pubs.htm>

Журнал «Россия в глобальной политике»: [http:// www. globalaffairs.ru](http://www.globalaffairs.ru)

Исторический портал: <http://www.hrono.ru>.

Портал МИД России <http://www.mid.ru>.

Портал Президента России: <http://kremlin.ru>

Википедия: свободная энциклопедия: <https://ru.wikipedia.org>

Избранные биографии. [www. biograf-book. narod. ru](http://www.biograf-book.narod.ru)

[www. history. tom. ru](http://www.history.tom.ru) (История России от князей до Президента).

## 1.ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Данная контрольная работа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальностям 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов рабочей программой по дисциплине История.

Варианты контрольной работы содержат две части: первая часть представлена виде тестов, где нужно выбрать правильный ответ, вторая часть теоретическая, где необходимо аргументировать ответ на представленный вопрос.

Задания контрольной работы составлены по всем темам курса «История» в соответствии с формированием у студентов общих компетенций.

Оба вопроса контрольной работы требуют полного раскрытия их содержания. Для этого надо использовать рекомендуемые учебники по истории, а также лекции.

Письменную контрольную работу желательно представить в печатном виде, формат А-4, шрифт -14, межстрочный интервал -1,5, поля: верхнее поле – не менее 15 мм, нижнее поле – не менее 15 мм, левое поле – не менее 30 мм, правое поле – не менее 15 мм; нумерация страниц в правом нижнем углу обязательна. Объём работы зависит от дисциплины и определяется преподавателем.

Возможен вариант выполнения контрольной работы в ученической тетради (18 листов), рекомендуется писать в тетради в клетку, через клетку, обязательны поля справа и нумерация страниц (выполнение контрольной от руки разрешается в исключительных случаях).

На титульном листе отмечается название учебного заведения, дисциплина, по которой выполняется контрольная работа, номер группы, фамилия, имя, отчество (полностью), дата выполнения. В правом нижнем углу – домашний адрес и место работы (см. приложение № 1).

На второй странице указывается тема, содержание (план) контрольной работы и номер варианта (см. приложение № 2).

В конце контрольной работы прикладывается приложение (если есть), далее указывается список используемой литературы. Список используемой литературы приводится в алфавитном порядке и оформляется в соответствии с требованиями (образцы основных библиографических описаний в приложении 3). Он должен содержать публикации последних лет (желательно, не позднее 10-ти лет) и ссылки на страницы сайтов интернет - ресурсов. Пример оформления списка используемой литературы представлен в приложении 4.

Контрольная работа должна быть написана грамотно и аккуратно, без сокращения слов, если в письменном варианте, то использовать пасту синего цвета.

По ходу изложения текста контрольной работы обязательно выполняются ссылки на используемые источники, например: [1, с.1]. Первая цифра после квадратной скобки - это номер источника, затем запятая, затем буква «с»- это страница, следующая цифра – это номер источника и квадратная скобка закрывается.

Каждый вопрос, рассматриваемый студентом в контрольной работе должен правильно и точно изложен.

Домашняя контрольная работа предоставляется заведующему заочным отделением или во время лабораторно-экзаменационной сессии.

Справка – вызов с сохранением среднего заработка на период сессии выдаётся только тем студентам, которые выполнили и представили контрольную работу в срок соответствии с графиком выполнения контрольных работ.

Для сдачи контрольной работы преподавателю, предварительно заведующим заочного отделения выдается направление, в котором делается отметка о сдаче контрольной работы и регистрируются в специальном журнале в день поступления на отделение.

Студент-заочник, не представивший контрольную работу в срок, предусмотренный учебным планом, не допускается к сдаче экзамена по данному предмету.

Проверку (рецензирование) контрольных работ осуществляет преподаватель, закреплённый за данной учебной группой. Домашняя контрольная работа проверяется и рецензируется в срок не более 7 дней после её регистрации и оценивается по пятибалльной системе.

Не зачтённые контрольные работы возвращаются студенту для устранения замечаний. Переписывать не зачтенные работы не допускается.



## 2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

**Качественные характеристики** - полнота, обобщенность, системность, действенность и прочность. Они характеризуют обученность и развитость студентов, помогают определить: уровень воспроизведения усваиваемого содержания и связей внутри него; связи между отдельными частями содержания при закреплении и актуализации знаний, умений; степень преобразования, реконструкции и сформированности новых знаний, умений.

**Основные показатели**, конкретизирующие критерии знаний студентов - это оценки «5», «4», «3», «2», «1».

**Косвенные показатели** оценки знаний, умений студентов: качества личности, способствующие переходу знаний в убеждения, внутренние побудительные мотивы, познавательная активность и интерес, самостоятельность, критичность, положительная учебная мотивация.

### Основные показатели знаний студентов

Оценка	Полнота, системность, прочность знаний	Обобщенность знаний
«5»	Часть 1 (тестовая): набрано от 9 до 10 баллов. Часть 2 (теоретическая): изложение полученных знаний в письменной форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентами	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений; свободное оперирование известными фактами и сведениями с использованием сведений из других предметов
«4»	Часть 1 (тестовая): набрано от 7 до 8 баллов. Часть 2 (теоретическая)- изложение полученных знаний в письменной форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентам и после указания преподавателя на них	Выделение существенных признаков изучаемого с помощью операций анализа и синтеза; выявлений причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений, в которых могут быть отдельные ошибки; подтверждение изученного известными фактами и сведениями
«3»	Часть 1 (тестовая): набрано от 5 до 6 баллов. Часть 2 (теоретическая)- изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; существенные ошибки, исправленные с помощью	Затруднения при выполнении существенных признаков изученного при выявлении причинно-следственных связей и формулировка выводов

	преподавателя	
«2»	Часть 1 (тестовая): набрано от 2 до 4 баллов. Часть 2 (теоретическая)- изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, неисправляемые даже с помощью преподавателя	Бессистемное выделение случайных признаков изученного; не умение производить простейшие операции анализа и синтеза; делать обобщения и выводы
«1»	Полное незнание и не понимание учебного материала( студент не может ответить ни на один поставленный вопрос)	

### 3. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

#### Вариант №1

*Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).*

**A1. В 1988 г. на XIX Партийной конференции были приняты решения, положившие начало новому этапу "перестройки". В чем была суть этих решений?**

- 1) Снять ограничение с "гласности"
- 2) Фактическое признание многопартийности в СССР
- 3) Признание необходимости политического реформирования советского общества

**A2. В результате каких событий М.С. Горбачев превратился в "царствующего, но не правящего союзного Президента"?**

- 1) В результате событий августа 1991 года
- 2) После избрания Президента РСФСР 12 июня 1991 года
- 3) «Парада суверенитетов» 1990-1991 года

**A3. В ходе "парада суверенитетов" в августе 1991 г. на всей территории Советского Союза было оглашено Заявление советского руководства, по которому вся власть в государстве передавалась Государственному комитету по чрезвычайному положению. Кто выполнял обязанности Президента СССР?**

- 1) М.С. Горбачев
- 2) Г.Я. Янаев
- 3) В. С. Павлов
- 4) О.Д. Бакланов
- 5) Б.К. Пуго

**A4. В мае 1990 г. начал работу I съезд народных депутатов РФ. Назовите основной документ, ставший результатом его работы:**

- 1) Декларация о государственном суверенитете РСФСР;
- 2) Конституция РСФСР;
- 3) Договор об общественном согласии.

**A5. Кто являлся идеологом концепции демократического социализма в период перестройки?**

- 1) Т. Заславская - экономист
- 2) А. Яковлев - Секретарь ЦК КПСС по идеологии
- 3) М. Горбачев - Генеральный Секретарь ЦК КПСС

**A6. Укажите основную причину перехода СССР в середине 1980-х гг. к политике перестройки:**

- 1) резкое обострение международной обстановки
- 2) необходимость освоения территории Сибири и дальнего Востока
- 3) Затяжной экономический и политический кризис в стране
- 4) Массовые демонстрации населения.

**A7. Программа перехода СССР к рыночной экономике, названная «500 дней», была разработана:**

- 1) Н. Рыжковым, Л. Абалкиным
- 2) Г. Явлинским, С. Шаталиным
- 3) Н. Рыжковым, В. Павловым
- 4) М. Горбачевым, Б.Ельциным

**A8. Политика, проводившаяся в СССР, России со второй половины 1980-х гг., утверждавшая свободу слова, открытость деятельности всех организаций, доступность информации, получила название:**

- 1) политика диалога,
- 2) информационная революция
- 3) гласность
- 4) политика открытых дверей

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

(1) ... — это состояние экономики, характеризующееся застоем производства и торговли на протяжении длительного периода. Стагнация сопровождается увеличением (2) ..., снижением (3)... и (4) ... населения.

Темпы развития экономики падали. Среднегодовой прирост (5) ... в СССР неуклонно снижался. Управление экономикой осуществлялось (6) ... .

В 80-е годы СССР довел объем безвозмездной помощи (7) ... до 55,9 млрд. инвалютных рублей.

Значительные средства тратились на поддержание (8) ... с блоком НАТО и США. (9) ... буквально пожирала около 20% национального дохода СССР.

Политическое развитие общества характеризовалось всевластием (10) ... .

**Список:** партийно-государственный аппарат, национальный доход, стагнация, заработная плата, военный паритет, уровень жизни, численность безработных, командные методы, гонка вооружений, «братские страны».

## Вариант №2

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Первые крупные межнациональные столкновения на территории СССР во второй половине 80-х гг. произошли в**

- 1) Баку      2) Алма-Ате      3) Вильнюсе      4) Тбилиси

**A2. Предпринятые в 80-е гг. попытки привести экономику, политику, идеологию в СССР в соответствие с общечеловеческими идеалами и ценностями получили название:**

- 1) «оттепель»      2) интеграция      3) культурная революция      4) перестройка

**A3. С каким из названных событий связаны фамилии Г. Янаева, В. Крючкова, Д. Язова, В. Павлова:**

- 1) принятия программы перехода к рыночной экономике  
2) подписание нового союзного договора в 1991 г.  
3) введение чрезвычайного положения в августе 1991 г.  
4) защита Белого дома в октябре 1993 г.

**A4. Кто из названных государственных деятелей выдвинул концепцию нового политического мышления в международных отношениях**

- 1) Ю.В. Андропов    2) Л.И. Брежнев    3) М.С. Горбачев    4) Н.С. Хрущев

**A5. К последствиям политики перестройки не относилось:**

- 1) расширение политических свобод  
2) создание постоянно действующего парламента  
3) разрушение тоталитарной системы  
4) укрепление власти в центре и на местах.

**A6. 8 декабря 1991 г. в резиденции в Беловежской Пуше президенты России, Украины и Председатель Верховного Совета Белоруссии подписали соглашение о(об):**

- 1) введении в СССР чрезвычайного положения  
2) образовании Содружеств независимых Государств  
3) запрещении в СССР деятельности КПСС  
4) создании межреспубликанского экономического комитета.

**A7. Сокращение выпуска военной продукции и увеличение выпуска потребительских товаров, проводившееся на военно-промышленных предприятиях России, называлось:**

- 1) коррекцией  
2) конверсией

- 3) интеграцией
- 4) аннексией

**A8. Определите основные черты новой внешнеполитической стратегии России**

- 1) восстановление отношений России с НАТО
- 2) поддержка Россией ООН
- 3) постоянное участие президента России в работе «большой восьмерки».
- 4) диктат и усиление влияния на СНГ.

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

Политическое развитие общества характеризовалось всевластием (1) ... . В 80-е годы наблюдался рост численности (2) ... , которые имели льготы и привилегии. Нормы, прописанные в (3) ... , расходились с реальной ситуацией.

Нарастали конфликты в (4) ... .  
(5) ... страны в 80-х гг. характеризуется идеологизацией науки и культуры. В кинематографе и литературе была введена система (6) ... .

Возникло (7) ... , несогласное с режимом, открыто выступавшее против попрания гражданских свобод. Значительным явлением в жизни страны стало (8) ... . Так, (9) ... открыто высказывался против ввода советских войск в Афганистан. Культура в 80-е годы финансировалась по (10) ... .

Список: академик Сахаров, партийно-государственный аппарат, Конституция, национальная сфера, государственные заказы, аппаратчики, остаточный принцип, правозащитное движение, духовная и общественная жизнь, диссидентское движение.

**Вариант №3**

Часть 1.

**A1. Определите, в чем состоит значение перестройки в жизни Советского общества:**

- 1) Заложила основы становления рыночных отношений
- 3) Были созданы предпосылки для перехода к демократии
- 4) Началось возрождение многопартийности

**A2. Когда состоялись первые выборы народных депутатов РСФСР:**

- 1) 7 февраля 1989 года
- 2) 9 апреля 1990 года
- 3) 4 марта 1990 года
- 4) 14 июня 1991 года

**A3. Кто не входил в состав ГКЧП:**

- 1) вице-президент Янаев Г.И.
- 2) министр обороны Язов Д.Т.
- 3) председатель Верховного совета Хасбулатов Р.И.
- 4) председатель КГБ Крючков В.А.

**A4. Каким целям служило создание Международного валютного фонда (МВФ)?**

- 1) способствовать международному сотрудничеству в валютно-финансовой сфере
- 2) поддержка мер по охране природы
- 3) поддержание стабильности курсов национальных валют

**A5. Когда новым председателем правительства был утвержден Путин В.В.**

- 1) июль 1999 г.
- 2) август 1999 г.
- 3) сентябрь 1999 г.
- 4) октябрь 1999 г.

**A6. Определите, что относится к реформам Путина В.В. по укреплению Российской государственности:**

- 1) реформа Федерального собрания.
- 2) конвертируемость рубля, финансовая реформа.

- 3) судебная и военная реформы
- 4) аграрная реформа.

**A7. Что помогло правительству Российской Федерации повысить жизненный уровень населения в конце XX – начале XXI вв:**

- 1) модернизация промышленности
- 2) реформы в сельском хозяйстве
- 3) увеличение государственных расходов на развитие науки
- 4) высокие мировые цены на нефть

**A8. Первая Чеченская война шла:**

- 1) с 1994 по 1996 г.
- 2) с 1993 по 1995 г.
- 3) с 1994 по 1997 г.

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

(1) ... - политика, направленная на снижение агрессивности противостояния стран социалистического и капиталистического лагерей.

(2) ... - жёсткое противостояние, противоборство, столкновение взглядов.

Примерами разрядки международной напряженности в 80-е годы могут служить договор о нераспространении (3) ... и принятая в 1971 г. (4) ... .

В конце 60-х – начале 70-х годов обострились (5) ... . Особую остроту приобрел вопрос (6) ... по рекам Амур и Уссури. Под напором (7) ... Советскому Союзу и Китаю пришлось провести встречи и обсудить вопрос о спорных территориях. Крупнейший очаг международной напряженности вокруг (8) ... был ликвидирован с подписанием ряда договоров, в том числе четырехстороннего договора по (9) ... . Большая заслуга в этом принадлежит (10) ... .

**Список:** канцлер ФРГ Брандт, разрядка, советско-китайские отношения, конфронтация, Западный Берлин, ядерное оружие, граница, Германия, США, Программа мира.

#### Вариант №4

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Выберите среди названных международных организаций региональную:**

- 1) ООН
- 2) МАГАТЭ
- 3) МВФ
- 4) НАТО

**A2. Из каких наиболее развитых стран мира состоит "семерка"?**

- 1) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Канада
- 2) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Китай
- 3) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Австралия

**A3. Одна из главных целей Всемирной торговой организации?**

- 1) для предотвращения "торговых войн", либерализации внешней торговли
- 2) для содействия афро-азиатским странам в решении проблем развития
- 3) для согласования мер в области безопасного использования ядерной энергии

**A4. Каким целям служило создание Международного валютного фонда (МВФ)?**

- 1) способствовать международному сотрудничеству в валютно-финансовой сфере
- 2) поддержка мер по охране природы
- 3) поддержание стабильности курсов национальных валют

**A5. Действия по защите окружающей среды от загрязнения относятся к:**

- 1) научно-профилактическим
- 2) экологическим
- 3) юридическим
- 4) культурным

**A6. Что не включает в себя понятие "миротворческая операция"?**

- 1) оказание гуманитарной помощи жертвам конфликтов, беженцам

- 2) свержение силой недемократических режимов и их замена временной военной администрацией ООН
- 3) содействие по поддержанию законности и правопорядка

**A7. Что из перечисленного не имеет отношения к мерам, призванным предотвратить экологическую катастрофу?**

- 1) ускорение темпов региональной интеграции
- 2) переход на энерго- и ресурсосберегающие технологии
- 3) осуществление с помощью спутников контроля за состоянием окружающей среды

**A8. Какие санкции могут быть приняты против стран, по вине которых был нанесен экологический ущерб другим государствам?**

- 1) они могут быть принуждены выплатить компенсацию пострадавшим государствам
- 2) их исключают из ООН
- 3) против них принимаются меры морального порицания

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

В 1968 г. СССР вместе с войсками Польши, ГДР, Венгрии и Болгарии ввел свои войска на территорию (1) ... .

В 60-е – 70-е годы СССР оказывает широкомасштабную помощь арабским странам (2) .... СССР помогал Йемену (3) ... , когда там шла гражданская война, и (4) ... – в его войне с Израилем.

Одной из самых трагических страниц советской внешней политики этого времени было введение советских войск в (5) ... . Это произошло в (6) ... . Политику СССР в Афганистане осудило большинство страны мира и даже (7) ... многих стран. Лишь в (8) ... было объявлено о выводе советских войск из Афганистана. Возглавлял СССР в то время (9) ... .

Несмотря на предпринятые меры в 80-е годы происходит дальнейшее усиление напряженности (10) ... .

Список: Чехословакия, советско-американские отношения, коммунистические партии, военные специалисты, Афганистан, Ближний Восток, Египет, 1979 г., М.С. Горбачев, 1989 г.

### Вариант №5

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Программа радикального перехода к рынку была принята российским руководством в:**

- 1) мае 1990 г.
- 2) октябре 1991 г.
- 3) декабре 1992 г.

**A2. Автор этой программы:**

- 1) Б. Н. Ельцин
- 2) Е. Т. Гайдар
- 3) Г. А. Явлинский

**A3. Реализация программы перехода к рынку началась в:**

- 1) октябре 1991 г.
- 2) январе 1992 г.
- 3) октябре 1993 г.

**A4. Е. Т. Гайдара на посту главы правительства сменил:**

- 1) А. Б. Чубайс
- 2) Г. Э. Бурбулис
- 3) В. С. Черномырдин

**A5. Преобладающей формой военных операций с завершением "холодной войны" стали:**

- 1) миротворческие, гуманитарные миссии;
- 2) локальные войны и конфликты между партнерами США и бывшими союзниками СССР
- 3) гражданские и религиозные войны

**A6. Чековая приватизация в России началась в:**

- 1) 1992 г.    2) 1993 г.    3) 1994 г.

**A7. Договор об общественном согласии был подписан в:**

- 1) 1992 г.    2) 1994 г.    3) 1996 г.

**A8. Определите основные черты новой внешнеполитической стратегии России**

- 1) восстановление отношений России с НАТО
- 2) поддержка Россией ООН
- 3) постоянное участие президента России в работе «большой восьмерки».
- 4) диктат и усиление влияния на СНГ.

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

Во второй половине 80-х годов во многих странах Восточной Европы произошли (1) ... . Они привели к распаду (2) ... . Руководящую роль в них играли (3) ... . Всех участников «бархатных революций» объединяла неприязнь к (4) ... и (5) ... . Они не выступали против (6) ... , а лишь за искоренение недостатков существующего строя.

В ГДР «бархатная революция» проходила под лозунгом (7) ... . В результате этих событий была разрушена (8) ... .

В Болгарии лозунгами антикоммунистической оппозиции были (9) ... .

Единственным нарушением ненасильственного характера революций в странах СЭВ стала замена власти в (10) ... .

Список: экологические лозунги, «бархатные революции», государственная власть, элитные группы, объединение двух Германий, политический режим, Румыния, социалистический строй, «социалистический лагерь», Берлинская стена».

### Вариант №6

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Деятельность КПСС на территории России была приостановлена указом Президента Б. Н. Ельцина в:**

- 1) августе 1991 г.    2) декабре 1991 г.    3) январе 1992 г.

**A2. Либеральный политический блок после провала ГКЧП находился в состоянии:**

- 1) кризиса    2) подъема    3) стабильности

**A3. Федеративный договор был подписан в:**

- 1) 1991 г.    2) 1992 г.    3) 1993 г.

**A4. Об отказе от статуса автономных образований в составе России и о суверенитете заявили:**

- |              |                                 |
|--------------|---------------------------------|
| 1) Татарстан | 4) Еврейская автономная область |
| 2) Чечня     | 5) Адыгея                       |
| 3) Башкирия  | 6) Кабардино-Балкария           |

**A5. Новая Конституция в России была принята:**

- 1) 12 июня 1991 г.    2) 25 апреля 1993 г.    3) 12 декабря 1993 г.

**A6. Россия по Конституции является:**

- 1) парламентарной республикой
- 2) президентской республикой
- 3) парламентарно-президентской республикой

**A7. Главой Верховного Совета России в гг. был:**

- 1) В. С. Черномырдин    2) В. Ф. Шумейко    3) Р. И. Хасбулатов

**A8. Лидерами левой оппозиции в 90-е гг. являлись:**



- 1) В. И. Анпилов      2) Г. А. Зюганов      3) В. А. Купцов      4) А. В. Лебедь  
5) В. В. Жириновский.

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

«Бархатные революции» в странах Восточной Европы носили (1) ... . Исключение составляла (2) ... , где был осужден и расстрелян бывший лидер (3) ... . В (4) ... главным методом была выбрана кампания уличных демонстраций с провоцированием власти на применение насилия.

После «бархатных революций» (5) ... и (6) ... весной 1991г. прекращают свое существование.

Руководящую роль в них играли (7) ... . Всех участников «бархатных революций» объединяла неприязнь к (8) ... и (9) ... . Они не выступали против (10) ... , а лишь за искоренение недостатков существующего строя.

**Список:** социалистический строй, ненасильственный характер, Чехословакия, Румыния, элитные группы, Совет Экономической Взаимопомощи, государственная власть, Чаушеску, Организация Варшавского Договора, политический режим.

### Вариант №7

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. В состав стран, осуществивших разработку, производство и испытание ядерного оружия, кроме России и США, в настоящее время входят:**

- 1) КНДР      2) Великобритания      3) Казахстан      4) ЮАР

**A2. Россия является одним из пяти постоянных членов Совета Безопасности**

- 1) МВФ      2) ОВД      3) ООН      4) ВТО

**A3. Это изменение произошло в международных отношениях после распада СССР:**

- 1) сокращение числа стран-членов блока НАТО  
2) выход РФ из ООН  
3) превращение США в единственную сверхдержаву мира  
4) ухудшение отношений РФ со странами Азиатско-Тихоокеанского региона

**A4. Эта бывшая советская республика не входит в СНГ:**

- 1) Россия      2) Белоруссия      3) Казахстан      4) Эстония

**A5. Б.Н.Ельцин был Президентом РФ в (годы):**

- 1) 1986-96 гг.      2) 1991-99 гг.      3) 1993-99 гг.      4) 1991-96 гг.

**A6. Каким целям служило создание Международного валютного фонда (МВФ)?**

- 1) способствовать международному сотрудничеству в валютно-финансовой сфере  
2) поддержка мер по охране природы;  
3) поддержание стабильности курсов национальных валют.

**A7. Крупная военная операция НАТО весной 1999 г. по урегулированию межэтнического конфликта была проведена в**

- 1) Турции  
2) Югославии  
3) Ираке  
4) Албании

**A8. Действия по защите окружающей среды от загрязнения относятся к:**

- 1) научно-профилактическим;  
2) экологическим;  
3) юридическим.

4) этническим.

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

(1) ... — это состояние экономики, характеризующееся застоем производства и торговли на протяжении длительного периода. Стагнация сопровождается увеличением (2) ..., снижением (3)... и (4) ... населения.

Темпы развития экономики падали. Среднегодовой прирост (5) ... в СССР неуклонно снижался. Управление экономикой осуществлялось (6) ... .

В 80-е годы СССР довел объем безвозмездной помощи (7) ... до 55,9 млрд. инвалютных рублей.

Значительные средства тратились на поддержание (8) ... с блоком НАТО и США. (9) ... буквально пожирала около 20% национального дохода СССР.

Политическое развитие общества характеризовалось всевластием (10) ... .

**Список:** партийно-государственный аппарат, национальный доход, стагнация, заработная плата, военный паритет, уровень жизни, численность безработных, командные методы, гонка вооружений, «братские страны».

### Вариант №8

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Автором картины "Черный квадрат", считающейся вершиной абстракционизма, является:**

1) В. Кандинский      2) П. Пикассо      3) К. Малевич

**A2. Что ознаменовало наступление эпохи массовой культуры?**

1) изобретение кинематографа в 1895 г.  
2) появление первых развлекательных изданий для массового потребления (комиксов и т.д.)  
3) внедрение в повседневный обиход радио и телевидения

**A3. Движения за сохранение языков и традиций культуры малых народов и народностей относятся к:**

1) социальным      2) этническим      3) религиозным      4) экологическим

**A4. Крупная военная операция НАТО весной 1999 г. по урегулированию межэтнического конфликта была проведена в**

1) Турции  
2) Югославии  
3) Ираке

**A6. Действия по защите окружающей среды от загрязнения относятся к:**

1) научно-профилактическим  
2) экологическим  
3) юридическим

**A7. Странами, официально признавшими себя обладателями ядерного оружия, являются:**

1) США, Россия, Англия, Франция, Китай, Индия, Пакистан  
2) США, Россия, Англия, Франция, Германия, Япония, Китай  
3) США, Россия, Англия, Франция, Индия, Бразилия, Израиль

**A8. Преобладающей формой военных операций с завершением "холодной войны" стали:**

1) миротворческие, гуманитарные миссии  
2) локальные войны и конфликты между партнерами США и бывшими союзниками СССР

### 3) гражданские и религиозные войны

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

Политическое развитие общества характеризовалось всевластием (1) ... . В 80-е годы наблюдался рост численности (2) ... , которые имели льготы и привилегии. Нормы, прописанные в (3) ... , расходились с реальной ситуацией.

Нарастали конфликты в (4) ... .

(5) ... страны в 80-х гг. характеризуется идеологизацией науки и культуры. В кинематографе и литературе была введена система (6) ... .

Возникло (7) ... , несогласное с режимом, открыто выступавшее против попрания гражданских свобод. Значительным явлением в жизни страны стало (8) ... . Так, (9) ... открыто высказывался против ввода советских войск в Афганистан. Культура в 80-е годы финансировалась по (10) ... .

Список: академик Сахаров, партийно-государственный аппарат, Конституция, национальная сфера, государственные заказы, аппаратчики, остаточный принцип, правозащитное движение, духовная и общественная жизнь, диссидентское движение.

### Вариант №9

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**A1. Раскройте, в чем смысл понятия "глобальные проблемы современности"**

- 1) это комплекс проблем, связанных с существованием оружия массового поражения
- 2) это комплекс проблем научно-технического развития
- 3) это проблемы, решение которых требует объединения усилий всех государств

**A2. Странами, официально признавшими себя обладателями ядерного оружия, являются:**

- 1) США, Россия, Англия, Франция, Китай, Индия, Пакистан
- 2) США, Россия, Англия, Франция, Германия, Япония, Китай
- 3) США, Россия, Англия, Франция, Индия, Бразилия, Израиль

**A3. Когда и кем был впервые поставлен вопрос об ограниченности ресурсов Земли, опасности экологической катастрофы?**

- 1) Европейским экономическим сообществом в конце 1950-х гг.
- 2) группой ученых, объединившихся в Римский клуб, в конце 1960-х гг.
- 3) Международным агентством по атомной энергии (МАГАТЭ) в 1970-е гг.

**A4. Понятия "озоновые дыры" и "парниковый эффект" относятся к:**

- 1) глобальным проблемам современности
- 2) проблемам стран Азии и Африки
- 3) вопросам научно-технического развития

**A5. Какие международные объединения контролируют 40% мирового промышленного производства, 60% мировой торговли, 80% технологических разработок?**

- 1) экономические комиссии Европейского Союза
- 2) транснациональные корпорации (ТНК)
- 3) Международный валютный фонд и Международный банк реконструкции и развития

**A6. Преобладающей формой военных операций с завершением "холодной войны" стали:**

- 1) миротворческие, гуманитарные миссии
- 2) локальные войны и конфликты между партнерами США и бывшими союзниками СССР
- 3) гражданские и религиозные войны

**А7. Движения за сохранение языков и традиций культуры малых народов и народностей относятся к:**

- 1) социальным      2) этническим      3) религиозным      4) экологическим

**А8. Действия по защите окружающей среды от загрязнения относятся к:**

- 1) научно-профилактическим      2) экологическим      3) юридическим

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

(1) ... - политика, направленная на снижение агрессивности противостояния стран социалистического и капиталистического лагерей.

(2) ... - жёсткое противостояние, противоборство, столкновение взглядов.

Примерами разрядки международной напряженности в 80-е годы могут служить договор о нераспространении (3) ... и принятая в 1971 г. (4) ... .

В конце 60-х – начале 70-х годов обострились (5) ... . Особую остроту приобрел вопрос (6) ... по рекам Амур и Уссури. Под напором (7) ... Советскому Союзу и Китаю пришлось провести встречи и обсудить вопрос о спорных территориях. Крупнейший очаг международной напряженности вокруг (8) ... был ликвидирован с подписанием ряда договоров, в том числе четырехстороннего договора по (9) ... . Большая заслуга в этом принадлежит (10) ... .

Список: канцлер ФРГ Брандт, разрядка, советско-китайские отношения, конфронтация, Западный Берлин, ядерное оружие, граница, Германия, США, Программа мира.

### Вариант №10

Часть 1. Из предложенных вариантов ответов выберите правильный (ые) ответ (ы).

**А1. Курс на смягчение цензуры над средствами массовой информации, публикацию ранее запрещенных книг, проводимый во второй половине 1980-х, получил название**

- 1) «оттепель»      2) «десталинизация»      3) «либерализация»      4) «гласность»

**А2. «Беловежское соглашение» от 8 декабря 1991г. подписали**

- 1) Россия Белоруссия, Узбекистан  
2) Россия, Армения, Азербайджан  
3) Россия, Казахстан, Украина  
4) Россия, Украина, Белоруссия

**А3. Созыв Государственной думы Российской Федерации и дефолт относятся к периоду руководства страной:**

- 1) Б.Н. Ельциным      2) М.С. Горбачевым      3) Ю.В. Андроповым

**А4. Новым явлением общественно-политической жизни России в 1990-е гг. стала(о):**

- 1) проведение выборов на безальтернативной основе  
2) провозглашение курса на обновление социализма  
3) развертывание движения диссидентов  
4) предвыборная борьба партий и блоков за голоса избирателей

**А5. Когда новым председателем правительства был утвержден Путин В.В.**

- 1) июль 1999 г.      2) август 1999 г.      3) сентябрь 1999 г.      4) октябрь 1999 г.

**А6. Ваучер, который получил каждый гражданин России в 1992 г., это:**

- 1) документ, дающий право на льготное приобретение дефицитных товаров  
2) приватизационный чек, удостоверяющий долю гражданина в общефедеральной собственности  
3) государственная краткосрочная облигация  
4) акция высокодоходного предприятия

**А7. Основным направлением внешней политики России в начале XXI века является**

- 1) укрепление позиций России на Балканах
- 2) устранение угрозы распада социалистической системы
- 3) развитие отношений со странами СНГ
- 4) поддержка дружественных режимов и движений в странах «третьего мира»

**А8. Из каких наиболее развитых стран мира состоит "семерка"?**

- 1) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Канада
- 2) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Китай
- 3) США, Япония, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Австралия

Часть 2. Вставьте недостающие, подходящие по смыслу и содержанию понятия, даты, имена, события из данного ниже списка.

В 1968 г. СССР вместе с войсками Польши, ГДР, Венгрии и Болгарии ввел свои войска на территорию (1) ... .

В 60-е – 70-е годы СССР оказывает широкомасштабную помощь арабским странам (2) .... СССР помогал Йемену (3) ... , когда там шла гражданская война, и (4) ... – в его войне с Израилем.

Одной из самых трагических страниц советской внешней политики этого времени было введение советских войск в (5) ... . Это произошло в (6) ... . Политику СССР в Афганистане осудило большинство страны мира и даже (7) ... многих стран. Лишь в (8) ... было объявлено о выводе советских войск из Афганистана. Возглавлял СССР в то время (9) ... .

Несмотря на предпринятые меры в 80-е годы происходит дальнейшее усиление напряженности (10) ... .

Список: Чехословакия, советско-американские отношения, коммунистические партии, военные специалисты, Афганистан, Ближний Восток, Египет, 1979 год, М.С. Горбачев, 1989 год.

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
Московской области  
«Чеховский техникум»

**Домашняя контрольная работа**

по \_\_\_\_\_ ОГСЭ 02 История \_\_\_\_\_

Студента группы № \_\_\_\_\_

Специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Ф.И.О. \_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

Дата: \_\_\_\_\_

**Образцы оформления основных библиографических описаний**

1. Безбородов А.Б., Елисеева Н.В. История России в новейшее время. 1985-2009 гг.: учеб. отв. 2017.-440с.
2. Сорокина Е.Н. Дискуссионные вопросы изучения истории России XX века:10-11 классы. - М.:ВАКО, 2018.- с.256.
3. Алексахина Л.Н Россия и мир в XX - н ач. XX I вв. У чебник 11 класс.. - М.: Просвещение, 2018. - 432 с.
4. Данилова А.А., Уткина А.И., История России, 1945-2007 гг.: 11 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2018. - 367с.
5. Загладин Н.В., Симония Н. А. История России и мира в XX - начале XXI века. 11 класс.

Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Математика

Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин  
протокол № 1 от 28 августа 2020 г.  
Председатель ПЦК Даш ( Демин А.В. )

Согласовано с методистом  
Даш ( Соловьев А. )  
От 28 августа 2020 г.

с. Новый Быт, 2020 г.



Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Математика

по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Борисова Татьяна Михайловна, преподаватель математики

Методические указания содержат рекомендации для студентов по выполнению и оформлению домашних контрольных работ, согласно учебному плану. В методических указаниях представлены подробные методические рекомендации по выполнению различных видов домашних работ.

Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения специальности **19.02.07 Технология молока и молочных продуктов**

Работать с учебным материалом рекомендуется в следующем порядке:

1. Самостоятельно изучить по рекомендуемой литературе теоретические вопросы в соответствии с методическими указаниями.
2. Ответить на вопросы самоконтроля.
3. Выполнить (самостоятельную) домашнюю контрольную работу.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....	5
2.	ПОРЯДОК ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ .....	9
3.	КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ.....	11
4.	ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ.....	13
5.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ТЕМ14	
6.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	
	62	
	УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	62
	ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	63
7.	РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА.....	65
8.	ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.....	77

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данные методические указания разработаны для студентов заочного отделения специальности **19.02.07 Технология молока и молочных продуктов**

Математика является фундаментальной общеобразовательной дисциплиной со сложившимся устойчивым содержанием и общими требованиями к подготовке обучающихся. Реализация общих целей изучения математики традиционно формируется в четырех направлениях: методическое (общее представление об идеях и методах математики), интеллектуальное развитие, утилитарно-прагматическое направление (овладение необходимыми конкретными знаниями и умениями) и воспитательное воздействие.

Целями изучения дисциплины «Математика» является:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественно-научных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

В результате изучения учебной дисциплины «Математика» обучающийся должен овладеть ОК и ПК

**знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития

понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

## **АЛГЕБРА**

### **уметь:**

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

### **Функции и графики**

#### **уметь:**

- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

### **Начала математического анализа**

#### **уметь:**

- находить производные элементарных функций;

- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

### **Уравнения и неравенства**

**уметь:**

- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- для построения и исследования простейших математических моделей.

### **КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

**уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера.

### **ГЕОМЕТРИЯ**

**уметь:**

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

При реализации основной профессиональной образовательной программы (далее - **ОПОП**) специальностям СПО с получением среднего (полного) общего образования предусматривается итоговый контроль по освоению образовательной программы среднего (полного) общего образования, который согласно требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов среднего профессионального образования (ФГОС СПО) проводится в рамках промежуточной аттестации.

При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, полный шифр, номер контрольной работы.
2. Контрольные задания следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях. Перед решением каждой задачи надо полностью переписать ее условие.
3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием необходимых формул, теорем.
4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, выполненными аккуратно, с указанием осей координат и единиц

масштаба. Объяснения к задачам должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.

5. Студент выполняет тот вариант контрольной работы, который совпадает с последней цифрой его учебного шифра.

Для успешного изучения материала курса необходима систематическая самостоятельная работа с учебной литературой.

Контрольная работа составлена в 10 вариантах

Студенты должны быть внимательными при определении варианта. Работа, выполненная не по своему варианту, возвращается студенту без проверки и зачета. Студент должен повторно выполнить контрольную работу в соответствии с вариантом.

В процессе выполнения контрольной работы студент должен показать знания программного материала, умение анализировать, обобщать изученный материал. Работа должна быть логичной, аргументированной и включать при необходимости дополнительный материал.

В конце работы приводится перечень используемой литературы, где в алфавитном порядке указывается учебная литература и справочные пособия с указанием фамилии и инициалов автора, наименования источника, места и года его издания; затем ставится дата выполнения работы и подпись студента.

На каждую контрольную работу преподаватель дает письменное заключение (рецензию) и выставляет оценки по критериям оценивания. Неудовлетворительная работа возвращается студенту с подробной рецензией, содержащей рекомендации по устранению недостатков.

По получении проверенной контрольной работы студент должен внимательно ознакомиться с исправлениями и замечаниями на полях, прочитать заключение преподавателя, сделать работу над ошибками и повторить недостаточно усвоенный материал в соответствии с рекомендациями преподавателя. После этого студент выполняет работу повторно и отправляет вместе с первой на проверку.

## **2. ПОРЯДОК ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

Проверка контрольных работ преподавателем – одна из основных форм руководства самостоятельной работой студентов, средство контроля выполнения ими учебного плана и усвоения учебного материала в объеме, установленном программой учебной дисциплины. В процессе проверки выявляются типичные ошибки, а также разделы учебной дисциплины, вызывающие затруднения у студентов. Срок проверки работ преподавателем – не более 7 дней.

Проверка контрольной работы осуществляется в следующем порядке:

1. выявление и исправление ошибок;
2. оценивание преподавателем контрольной работы по пятибалльной шкале в соответствии с критериями оценивания.



Проверяя (рецензируя) полученную работу, преподаватель отмечает каждую ошибку и неточность, разъясняет в краткой форме на полях, в чем заключается ошибка. При проверке расчетного задания указывается более рациональный и короткий путь решения задачи; уточняются и исправляются не вполне точные формулировки; подчеркиваются все замеченные ошибки.

Рецензирование контрольных работ является одной из основных форм руководства и контроля за самостоятельной работой студентов заочной формы обучения в экзаменационный период.

Если работа выполнена студентом не в соответствии с вариантом, не по установленным преподавателем указаниям или несамостоятельно, то она возвращается студенту. В этом случае преподаватель в устной или письменной форме объясняет студенту причины возвращения.

Студент должен быть ознакомлен с результатами проверки контрольной работы до сдачи зачета. Информацию об итогах проверки контрольной работы студенты получают самостоятельно в межсессионный период.

Контрольная работа возвращается студенту для полной или частичной ее переработки в случаях, когда имеющиеся в тексте ошибки и недостатки таковы, что могут препятствовать выставлению положительной оценки. При этом преподаватель четко формулирует все требования, которые должен выполнить студент для успешного выполнения контрольного задания. При повторном рецензировании преподаватель проверяет, учтены ли его требования и замечания. Если нет, тогда работа вновь возвращается студенту на доработку.

Успешное выполнение контрольной работы неременное условие допуска студента к сдаче зачета по дисциплине.

Преподаватель может принять на проверку контрольные работы, выполненные за пределами установленных сроков, в том числе и во время сессии. В этом случае преподаватель проводит устное разъяснение недостатков и достоинств контрольной работы непосредственно во время приема контрольной работы.

Если в процессе рецензирования преподаватель установит, что работа выполнена студентом не самостоятельно, то она не зачитывается и возвращается ему, с одновременной выдачей нового индивидуального задания.

По окончании зачета преподаватель лично возвращает контрольные работы на заочное отделение.

Данные методические указания содержат перечень тем, изучаемых в курсе «Математика». Также содержатся варианты домашних контрольных работ с пояснениями к их выполнению.

### 3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

**Качественные характеристики** - полнота, обобщенность, системность, действенность и прочность. Они характеризуют обученность и развитость студентов, помогают определить: уровень воспроизведения усваиваемого содержания и связей внутри него; связи между отдельными частями содержания при закреплении и актуализации знаний, умений; степень преобразования, реконструкции и сформированности новых знаний, умений.

**Основные показатели, конкретизирующие критерии знаний студентов**- это оценки “5”, “4”, “3”, “2”, “1”.

**Косвенные показатели** оценки знаний, умений студентов: качества личности, способствующие переходу знаний в убеждения, внутренние побудительные мотивы, познавательная активность и интерес, самостоятельность, критичность, положительная учебная мотивация.

#### Основные показатели знаний студентов

Оценка, баллы	Основные показатели оценки			Косвенные показатели, влияющие на оценку
	Полнота, системность, прочность знаний	Обобщенность знаний	Действенность знаний	
5	Изложение полученных знаний в устной, письменной или графической форме: полное, системное, соответствующее требованиям учебной программы, допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений; свободное оперирование известными фактами и сведениями с использованием сведений из других предметов	Самостоятельное применение знаний в практической деятельности; выполнение заданий как воспроизводящего, так и творческого характера	Проявление познавательной активности, познавательно-творческого интереса к изучаемому предмету, новой технике и технологии; постоянное стремление выполнить более сложное задание
4	Изложение полученных знаний в устной, письменной или графической форме: полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися по указанию на них преподавателя	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений с отдельными несущественными ошибками; подтверждение изученного известными сведениями	Применение знаний в практической деятельности; самостоятельное выполнение заданий воспроизводящего характера, творческого характера (последних с незначительной помощью преподавателя)	Проявление познавательной активности, познавательного интереса к изучаемому предмету, новой технике и технологии; эпизодическое желание выполнить сложное задание
3	Изложение знаний неполное, но	Затруднения при выделении	Недостаточная	Пассивность, слабый интерес к

	не препятствующее усвоению последующего материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя	существенных признаков изученного, при выявлении причинно-следственных связей и формулировке выводов	самостоятельность при применении знаний, выполнение заданий воспроизводящего характера с помощью преподавателя	изучаемому предмету, новой технике и технологии; нет стремления выполнить более сложное задание
2	Изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя <b>или</b> Полное незнание и непонимание учебного материала – учащийся не может ответить ни на один из поставленных вопросов	Бессистемное выделение случайных признаков материала; неумение проводить простейшие операции анализа и синтеза, делать обобщения, выводы	Неумение применять знания в практической деятельности; учащийся не может ни ответить на наводящие вопросы преподавателя, ни выполнить самостоятельно задание <b>или</b> Не делается попытка применить знания в практической деятельности	Отсутствие внимания на уроке, интереса к изучаемому предмету

#### 4. ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ занятия	Наименование разделов, тем, занятий	Обязательная учебная нагрузка	
		Кол-во часов	Вид занятия
1.	2.	3.	4.
1.	Введение. Развитие понятия о числе. Корни, степени, логарифмы. Основы тригонометрии.	1	лекция
2.	Функции, их свойства и графики. Уравнения и неравенства. Матрицы и определители.	1	лекция
3.	Начало математического анализа: Ряды, предел, производная, интеграл. Дифференциальное исчисление.	1	лекция
4.	Начало математического анализа: Ряды, предел, производная, интеграл. Интегральное исчисление.	1	лекция
5.	Геометрия: Координаты и векторы, Прямые и плоскости в пространстве, Многогранники, Тела и поверхности вращения, Измерения в геометрии.	1	лекция
6.	Комбинаторика, статистика и теория вероятности	1	лекция
7.	Решение примеров на нахождение области определения функции	1	практика
8.	Преобразование графиков функций.	1	практика
9.	Решение квадратных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и уравнений приводимых к квадратным. Решение систем уравнений с помощью матриц.	1	практика
10.	Решение квадратных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и уравнений приводимых к квадратным систем уравнений.	1	практика
11.	Решение квадратных, показательных, логарифмических и тригонометрических неравенств.	1	практика
12.	Решение квадратных, показательных, логарифмических и тригонометрических систем неравенств.	1	практика
13.	Вычисление производных первого и высших порядков.	1	практика
14.	Решение задач на применение производной	1	практика
15.	Вычисление неопределенных интегралов.	1	практика
16.	Вычисление определенных интегралов.	1	практика
17.	Решение геометрических задач. Вычисление координат на плоскости.	1	практика
18.	Вычисление объемов многогранников и тел вращения	1	практика
19.	Решение практических задач с применением вероятностных методов.	1	практика
20.	Решение практических на нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины, заданной законом распределения.	1	практика

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ТЕМ

### 1. Введение

Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.4-6 с.

### 2. АЛГЕБРА

#### Развитие понятия о числе

Действительные числа. Приближенные значения числа. Оценка погрешности приближенного значения числа. Погрешности вычислений с приближенными данными.

Развитие понятия о числе. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексного числа.

Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, действия над ними.

**Практические занятия:** Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с. 10 – 24, 229-242.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.

- изучить предложенные таблицы

Числа	Множества
Числа 1, 2, 3, 4, .....	множество натуральных чисел (N)
Числа 0; $\pm 1$ ; $\pm 2$ ; $\pm 3$ , .....	множество целых чисел (Z)
Числа 0; $\pm 2$ ; $\pm \frac{1}{2}$ ; $\pm 0,78$ ; $\pm 1,24$ ; $\pm \frac{1}{8}$ ; ...	множество рациональных чисел (Q)
Числа $\sqrt{3}$ , $\sqrt{7}$ , e, $\pi$ ....	множество иррациональных чисел (I)
Числа вида $z=a+bi$	множество комплексных чисел (C).
Q, I	множество действительных чисел (R)
R, i	множество комплексных чисел (C).

Дано $z$	Тригонометрическая форма	Показательная форма
	$z_1 = r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$ $z_2 = r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$	$z_1 = r_1 \cdot e^{i\varphi_1}$ $z_2 = r_2 \cdot e^{i\varphi_2}$
Произведение чисел	$z = z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$	$z = z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i \cdot (\varphi_1 + \varphi_2)}$
Частное чисел	$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$	$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{i \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}$
Возведение в степень	$z_1^k = r_1^k (\cos \varphi_1 \cdot k + i \sin \varphi_1 \cdot k)$	$z_1^k = r_1^k \cdot e^{i \cdot \varphi_1 \cdot k}$
Извлечение корня	$\sqrt[n]{z_2} = \sqrt[n]{r_2} \cdot (\cos \frac{\varphi_2 + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi_2 + 2\pi k}{n})$ <p>где <math>k = 0, 1, \dots, n-1</math></p>	$\sqrt[n]{z_2} = \sqrt[n]{r_2} \cdot e^{i \cdot \frac{\varphi_2 + 2\pi k}{n}}$ <p>где <math>k = 0, 1, \dots, n-1</math></p>

### Правила округления:

1. Если первая из отбрасываемых цифр больше, чем 5, то последняя из сохраняемых цифр увеличивается на единицу. Увеличение совершается и тогда, когда первая из отбрасываемых цифр равна 5, а за ней одна или несколько значащих цифр. Например, округляя приведенные ниже числа до трех значащих цифр, получаем:

2. Если первая из отбрасываемых цифр меньше, чем 5, увеличение не делается. Например, округляя приведенные числа до трех значащих цифр, получим

3. Если отбрасывается цифра 5, а за ней нет значащих цифр, то округление производится на ближайшее четное число, т.е. последняя, сохраняемая цифра остается неизменной, если она четная и увеличивается, если она нечетная.

### Правила приближенных вычислений:

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, который отсутствуют хотя бы в одном из приближенных данных. Например, при сложении чисел получим

2. При умножении следует округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр. Например, вместо выражения следует вычислять выражение

3. В окончательном результате следует оставлять такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления.

4. В промежуточных результатах следует сохранять на одну значащую цифру больше. Такое же правило соблюдается и при делении приближенных чисел.

5. При возведении в квадрат или куб следует в результате оставлять столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени. При извлечении квадратного или кубического корней в результате нужно брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении.

### **Погрешности приближенных вычислений:**

*Определение.* Если число  $a$  является приближенным значением некоторой величины, истинное значение которой равно числу  $x$ , то модуль разности чисел  $x$  и  $a$  называется **абсолютной погрешностью** данного приближения и обозначается  $\Delta x$ .

$$\Delta x = |x - a|.$$

Из этого определения следует, что

$$x = a \pm \Delta x.$$

Для оценки качества измерений или вычислений будем пользоваться понятием относительной погрешности.

*Определение.* **Относительной погрешностью**  $\omega$  приближенного значения  $a$  величины  $x$  называется отношение абсолютной погрешности  $\Delta x$  этого приближения к модулю числа  $x$ .

$$\omega = \Delta x / |x| * 100\%.$$

- Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Какие множества чисел различают?
2. Что называется комплексным числом?
3. Как записываются комплексные числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах?
4. Какими формулами пользуются для перехода от одной формы комплексного числа к другой?
5. Что принято за мнимую единицу?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными, противоположными?
7. Чему равно произведение двух сопряженных комплексных чисел?
8. Как найти  $i$  в любой степени?
9. Как изображается геометрически комплексное число?

10. Как находится аргумент комплексного числа?
11. Как умножают, делят, возводят в степень, извлекают корни из комплексных чисел, записанных в алгебраической, тригонометрической и показательной формах?
12. Сформулировать правила округления?
13. Как определить абсолютную и относительную погрешность измерения?

- разобрать примеры задач:

**Пример 1.** Длина карандаша измерена линейкой с миллиметровыми делениями. Измерение показало 17,9 см. Какова предельная относительная погрешность этого измерения?

Решение: Здесь  $a = 17,9$  см; можно принять  $\Delta = 0,1$  см.

Так как с точностью до 1 мм измерить карандаш нетрудно, а значительно уменьшить, предельную погрешность ни удастся (при навыке можно прочесть на хорошей линейке и 0,02 и даже 0,01 см, но у самого карандаша ребра могут разниться на большую величину).

Относительная погрешность равна  $0,1/17,9$ . Округляя, находим  $\delta = 0,1/18 \approx 0,6\%$ .

**Пример 2.** Цилиндрический поршень имеет около 35 мм в диаметре. С какой точностью нужно его измерить микрометром, чтобы предельная относительная погрешность составляла 0,05%?

Решение. По условию, предельная абсолютная погрешность должна составлять 0,05% от 35 мм.

Следовательно, предельная абсолютная погрешность равна:

$$35 \cdot (0,05/100) = 0,0175 \text{ (мм) или,}$$

округляя до одной значащей цифры,  $\Delta = 0,02$  (мм).

Можно воспользоваться формулой  $\delta = \Delta/a$ . Подставляя в неё  $a = 35$ ,  $\delta = 0,0005$ , имеем  $0,0005 = \Delta/35$ .

Значит,  $\Delta = 35 \cdot 0,0005 = 0,0175$  (мм)

## Корни, степени и логарифмы

**Корни и степени.** Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.

**Логарифм. Логарифм числа.** Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.



**Практическая работа:** Преобразование алгебраических выражений. Преобразование рациональных, иррациональных степенных, показательных и логарифмических выражений. Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами.

Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени.

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с. 58 – 69.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.

- изучить предложенную таблицу

<b>Запомните!</b>	
$a^1=a,$ $a^0=1$ $0^n=0$ $1^n=1$	1. Квадрат любого числа есть положительное число или нуль, т.е. $a^2 \geq 0$ при любом $a$ . 2. Отрицательное число, возведённое в чётную степень, есть число положительное. 3. Отрицательное число, возведённое в нечётную степень, — число отрицательное.

Свойства степени с действительным показателем	Свойства арифметического корня натуральной степени
	Если $a \geq 0, b \geq 0$ и $n, m$ – натуральные числа, причем $n \geq 2, m \geq 2$ , то
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $a^m / a^n = a^{m-n}$ , где $m > n, a \geq 0$ 3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ 4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ 5. $(a / b)^n = a^n / b^n$ 6. Возведение числа в отрицательную степень $a^{-1}=1/a^1=1/a$ . $(a / b)^n = b^n / a^n$ . 7. Возведение числа в дробную степень $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$ . 8. Стандартный вид положительного числа $a=a \times 10^n$ , $n$ – порядок числа.	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$ $\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$ $\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{b}$ 3. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ $\sqrt[n]{m \sqrt[n]{a}} = m \sqrt[n]{a}$ 4. $\sqrt[n]{m \sqrt[n]{a}} = m \sqrt[n]{a}$ 5. $\sqrt[2k]{a^{2k}} =  a $ , где $k$ – натуральное число.

Решение уравнения $x^2 = a$	$a < 0$	$a = 0$	$a > 0$
	Уравнение не имеет корней	Уравнение имеет один корень: $x = 0$	Уравнение имеет два корня: $x = \sqrt{a}; x = -\sqrt{a}$ .

Решение уравнения $x = \sqrt[n]{a}$	$a < 0, n$ — чётно	$n$ — нечётно	$a \geq 0, n$ — чётно
	Уравнение не имеет корней	Уравнение имеет один корень при любом $a$	Уравнение имеет два корня $x = \pm \sqrt[n]{a}$

<b>Свойства модуля</b>	$ a  = \begin{cases} -a, & a < 0 \\ a, & a \geq 0 \end{cases}$
1. Модули противоположных чисел равны	$ a  =  -a $
2. Квадрат модуля числа равен квадрату этого числа	$ a ^2 = a^2$
3. Квадратный корень из квадрата числа есть модуль этого числа	$\sqrt{a^2} =  a $ , $\sqrt[2n]{a^{2n}} =  a $
4. Модуль числа есть число неотрицательное	$ a  \geq 0$
5. Постоянный положительный множитель можно выносить за знак модуля	$ c \cdot x  = c \cdot  x , c > 0$
6. Если $ a  =  b $ , то	$a = \pm b$
7. Модуль произведения двух (и более) чисел равен произведению их модулей	$ a \cdot b  =  a  \cdot  b $
8. Модуль нуля равен нулю	$ 0  = 0$ , если $a = 0$

### СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

$a^{\log_a b} = b, (b > 0, a > 0, a \neq 1)$	$\log_a b^m = m \log_a b$	
$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_{a^n} b^n = \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

### Таблица формул сокращенного умножения

Название	Формула
Квадрат суммы	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Квадрат разности	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Разность квадратов	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
Куб суммы	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Куб разности	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Сумма кубов	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Разность кубов	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

- Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Как возвести число в степень?
2. Свойства степеней?
3. Дать определение корня квадратного?
4. Как возвести число в дробную степень?
5. Что называют логарифмом числа?
6. Свойства логарифма числа?
7. Модуль числа. Его свойства.

## ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

**Основные понятия:** Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

**Тригонометрические формулы:** Основные тригонометрические тождества, Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. Формулы половинного угла.

**Практическое занятие:** Преобразования простейших тригонометрических выражений, Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с. 118 – 166.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.

- изучить предложенную теорию и таблицу

### Тригонометрия

**Один угловой градус** – это центральный угол, опирающийся на дуговой градус. Радианная мера угла – это отношение длины дуги к радиусу этой дуги.

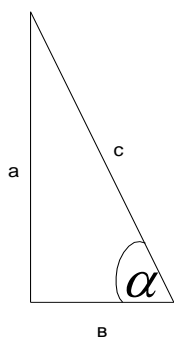
**Радиан** – это центральный угол, опирающийся на дугу, равную длине радиуса этой дуги.

Для перехода от градусной меры измерения угла к радианной и наоборот

можно пользоваться формулами:

$$\begin{matrix} 360^\circ - 2\pi \\ A^\circ - \alpha \text{ рад} \end{matrix} \Rightarrow A^\circ = \frac{180^\circ \cdot \alpha}{\pi}; \alpha = \frac{A^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$$

В прямоугольном треугольнике

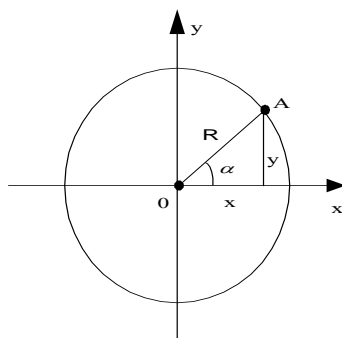


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



Для произвольного угла

$$R = 1; \quad \cos \alpha = \frac{x}{R} = \frac{x}{1} = x$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{R} = \frac{y}{1} = y$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

### Основные тригонометрические тождества

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\frac{1}{\cos \alpha} = \sec \alpha$
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$	$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	$\frac{1}{\sin \alpha} = \operatorname{cosec} \alpha$

Из определения тригонометрических функций:

$ \sin \alpha  \leq 1$	$ \sec \alpha  \geq 1$	$\operatorname{tg} \alpha$	любые значения
$ \cos \alpha  \leq 1$	$ \operatorname{cosec} \alpha  \geq 1$	$\operatorname{ctg} \alpha$	

функции ограниченные

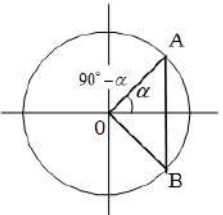
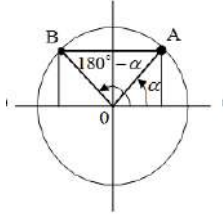
### Значения углов

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctg	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

### Знаки функций по четвертям

	I	II	III	IV
sin α	+	+	-	-
cos α	+	-	-	+
tg α	+	-	+	-
ctg α	+	-	+	-

### Формулы приведения:

	
$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
<p>1) Знак результата берется по знаку данной функции в зависимости от четверти.          Если острый угол берется при горизонтальном диаметре, т.е. <math>(180^\circ \pm \alpha)</math> и</p> <p>2) <math>(360^\circ \pm \alpha)</math>, то название функции не изменяется; если при вертикальном, т.е. <math>(90^\circ \pm \alpha)</math> и <math>(270^\circ \pm \alpha)</math>, то название функции изменяется на сходную.</p>	

### Формулы сложения

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$
$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$
$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$

### Формулы двойного угла

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$tg 2\alpha = \frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha}$	$ctg 2\alpha = \frac{1 - ctg^2 \alpha}{2ctg \alpha}$
--	--	---	--

### Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$	
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$	
$tg \alpha \pm tg \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$	$ctg \alpha + ctg \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$	$ctg \alpha - ctg \beta = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$

- Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Определения тригонометрических функций острого угла.
2. Что называется синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом числового аргумента?
3. Знаки функций по четвертям.
4. Перечислить чётные тригонометрические функции.
5. Перечислить нечётные тригонометрические функции.
6. Какие функции имеют период  $2\pi$ ,  $\pi$ ?
7. Формулы приведения.
8. Синус суммы двух углов.
9. Косинус разности двух углов.
10. Синус двойного угла.
11. Тангенс суммы двух углов.
12. Косинус двойного угла.
13. Тангенс двойного угла.
14. Чему равна сумма  $1 + \cos \alpha$ ?
15. Чему равна разность  $1 - \cos \alpha$ ?
16. Сумма синусов.
17. Сумма тангенсов.
18. Разность косинусов.
19. Сумма косинусов.
20. Разность тангенсов.
21. Сумма котангенсов.
22. Разность котангенсов.

## ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

**Функции.** Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

**Свойства функции.** Монотонность, чётность, нечётность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями.

Сложная функция (композиция). Понятие о непрерывности функции.

Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции: Определения функций, их свойства и графики.

**Преобразования графиков.** Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

**Обратные функции.** Область определения и область значений обратной

функции. График обратной функции.

### **Практические занятия**

Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с. 58 – 69.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.

- изучить предложенную теорию

**Областью определения функции**  $y = f(x)$  называют множество всех значений  $x$ , для которых функция имеет смысл.

Множество всех значений функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$  называют **областью значения функции**.

**Числовая функция** – это множество пар  $(x, y)$ , среди которых нет пар с одинаковым первым элементом.

### **Способы задания функции:**

1. Графически (ЭКГ, прогноз погоды) – график – кривая.

Графиком функции называется множество всех точек (на координатной плоскости) вида  $(x; f(x))$ , где  $x \in X$ .

2. Аналитически функция, которая задана формулами.

Например: 1.  $f(x) = x^2 + x + 3$ ;      2.  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0; \\ x, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$

3. Таблично в виде таблицы где каждому  $x$  соответствует (ставится в соответствие) какое-то значение  $y$ .

В первой строчке – значения аргумента. Во второй строчке – соответствующие им значения функции, например:

$x$						
$y$						

4. Параметрическое задание функции состоит в задании аргумента  $x$  и значения  $y$  в виде формул, зависящих от вспомогательного переменного  $t$  (параметра)

5. Словесное: Функцию можно однозначно задать словами.

### Общие свойства функций.

#### **Монотонность.**

Убывающие и возрастающие функции называют **монотонными**.

Если для  $x_1, x_2$ , принадлежащих интервалу  $(a;b)$  и удовлетворяющих условию  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$ , то, говорят, что на  $(a;b)$  эта функция возрастает. Или, как говорили в школе, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, то функция возрастает.

Если для  $x_1, x_2$ , принадлежащих интервалу  $(a;b)$  и удовлетворяющих условию  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$ , то, говорят, что на  $(a;b)$  эта функция убывает. Или, как говорили в школе, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции, то функция убывает.

Если функция только возрастает или только убывает в области определения, то о такой функции говорят, что она *монотонна*.

Так линейная функция, степенная с нечетным показателем являются монотонными, а популярная  $y = x^2$  монотонной не является, т.к. при  $x < 0$  она убывает, а при  $x > 0$  она возрастает.

#### **Ограниченность.**

Пусть на  $D$  задана функция  $y = f(x)$ . Если существуют такие числа  $m$  и  $M$ , что для всех  $x \in D$ , что  $m \leq f(x) \leq M$ , то говорят, что функция ограничена в области определения.

Различают и такие понятия, как ограниченность снизу и ограниченность сверху.

Функцию  $y = f(x)$  определенную на множестве  $X$ , называют ограниченной снизу на множестве  $X$ , если существует число  $A$ , такое, что  $A \leq f(x)$ , для любого  $x$  из  $X$ .

Функцию  $y = f(x)$  определенную на множестве  $X$ , называют ограниченной сверху на множестве  $X$ , если существует число  $B$ , такое, что  $f(x) \leq B$ , для любого  $x$  из  $X$ .

Так,  $y = x^3$  – неограниченная функция,  $y = x^2$  – ограничена снизу, т.к. она неотрицательна в области определения.

$y = \text{Sin}x$  и  $y = \text{Cos}x$  – ограниченные функции, т.к. они принимают значения только из отрезка  $[-1; 1]$  – это их множество значений



### **Четность и нечетность.**

**Функция называется четной**, если ее область определения симметрична относительно оси ординат и  $f(-x) = f(x)$ ;

**Функция называется нечетной**, если ее область определения симметрична относительно начала координат и  $f(-x) = -f(x)$ .

Яркие «представители» четных функций:  $y = x^2$ ,  $y = \text{Cos}x$ ,  $y = \frac{1}{x^2}$ ,

нечетных  $y = x^3$ ,  $y = \text{Sin}x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ .

Для многих функций нет смысла говорить об их четности – нечетности. Так функция  $y = \sqrt{x}$  не относится ни к четным, ни к нечетным, потому как ее область определения несимметрична относительно нуля. Такие функции называют **функциями общего вида**.

### **Алгоритм определения четности – нечетности функции:**

1. Подставим вместо  $x \rightarrow (-x)$ ;
2. Упростим функцию. Преобразуем;
3. Сравним с исходной функцией

Пример:  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ ;

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x^3}{x^2 + 1} = -\frac{x^3}{x^2 + 1} = -f(x)$$

Получили определение нечетной функции, вывод: функция нечетная.

$f(x) = \frac{\text{Cos}x}{x^4 + 1}$ ; Подставим в функцию вместо  $x$   $-x$ , будем иметь:

$$f(-x) = \frac{\text{Cos}(-x)}{(-x)^4 + 1} = \frac{\text{Cos}x}{x^4 + 1} = \frac{\text{Cos}x}{x^4 + 1} = f(x)$$
 Получили определение четной

функции, вывод: функция четная.

### **Периодичность.**

Функция  $y = f(x)$  называется **периодической**, если существует такое число  $T$  (период), что для всех  $x$  из области определения выполняется равенство:

$$f(x + T) = f(x) = f(x - T), \text{ где } T \neq 0$$

Число  $T$ , называемое главным периодом функции, если оно наименьшее. Число  $nT$ , где  $n$  – целое число, также является периодом этой функции. Важнейшие представители периодических функций – тригонометрические функции.

### **Сложная функция – это композиция функций**

Сложная функция это когда одна функция находится внутри другой функции, т.е. аргументом функции является другая функция.

Пример сложной функции:

$$y = (x + 2)^5$$

выражение  $(x + 2)$  – это функция. Но эта функция в нашем примере возводится в 5-ю степень, т.е. над функцией есть ещё одна функция.

$$(x + 2) = t: y = t^5 \quad \text{Вот так выглядит внешняя функция.}$$

Но  $t$  сама является функцией, т.е. у нас функция оказалась под знаком другой функции.

$$\text{Формула сложной функции: } y = g(f(x))$$

Здесь  $x$  находится под знаком функции  $f$ , а функция  $f$  находится под знаком функции  $g$ . Одна функция оказалась внутри другой, стала аргументом другой функции, это и есть сложная функция.

**Обратная функция. Область определения обратной функции.**

Рассмотрение понятия обратных функций вызвано задачей решения уравнений  $y=f(x)$ . Решения как раз и записываются через обратные функции.

Если функция  $y=f(x)$  принимает каждое свое значение только при единственном значении  $x$ , то такую функцию называют **обратимой**.

Только строго монотонная функция имеет обратную функцию.

**Запомните!** Для всякой непрерывной функции (не имеет точек разрыва) существует однозначная и непрерывная обратная функция.

**Алгоритм нахождения обратной функции:**

1. Из исходной функции выразить  $x$  через  $y$ .
2. Поменять местами имена переменных.
3. Получена обратная функция .

**Свойства взаимно обратных функций**  $y=f(x)$  и  $x=g(y)$ .

**1. Область определения обратной функции** – множество значений исходной функции,

**2. Множество значений обратной функции** - область определения исходной функции.

**3. Графики прямой и обратной функций симметричны относительно прямой  $y = x$ .**

**4. Если  $y = f(x)$  возрастает, то и  $x = g(y)$  возрастает;**

Если  $y = f(x)$  убывает, то и  $x = g(y)$  убывает.

### ***Преобразование графиков функции***

Строить графики функций по точкам не всегда удобно. Чаще поступают более рационально: строят графики простейших функций, а графики более сложных функций получают из этих графиков путем некоторых преобразований.

1)  $y = f(x) + b$  – график функции получается из графика функции  $y = f(x)$  путем параллельного переноса этого графика на величину вдоль от ОУ. при этом, если  $b > 0$ , то график функции  $f(x) + b$  располагается выше графика функции  $f(x)$ , если  $b < 0$ , то ниже этого графика.

2)  $y = f(x + b)$  – график функции получается из графика функции  $y = f(x)$  с помощью параллельного переноса этого графика на величину  $b$  вдоль оси ОХ, при этом, если  $b > 0$ , то сдвиг влево, а если  $b < 0$ , то сдвиг вправо.

3)  $y = -f(x)$  – график симметричен графику  $y = f(x)$  относительно оси ОХ

***(1-3) Указанные преобразования не изменяют масштаба графика функции.***

4)  $y = af(x)$  – график функции получается из графика функции  $y = f(x)$  с помощью растяжения или сжатия графика по оси ОУ пропорционально коэффициенту  $a$ , причем, если  $a > 1$ , то все ординаты графика  $af(x)$  увеличиваются в  $a$  раз, если  $a < 1$ , то уменьшаются в  $a$  раз.

5)  $y = f(ax)$  – график функции получается из графика функции  $y = f(x)$  с помощью растяжения или сжатия вдоль оси ОХ пропорционально коэффициенту  $a$ , причем, если,  $a > 1$ , то график сжимается в  $a$  раз, если  $0 < a < 1$ , то растягивается в  $1/a$  раз.

6)  $y = |f(x)|$  - для построения этого графика нужно построить график функции  $y = f(x)$  и отобразить относительно оси ОХ те части графика, которые расположены ниже этой оси.

***(4-6) Преобразования изменяют масштаб графика***

- Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Дать определение функции.
2. Что такое область определения? Множество значений функции? Свойства функции.
3. Что означает понятие «ограниченность функции»?
4. Какие функции называются монотонными?

5. Что можно сказать о симметричности графиков чётных и нечётных функций?
6. Какова методика определения четности – нечетности функции?
7. Какие функции периодические и как это записать?
8. Раскрыть понятия приращения аргумента и приращения функции.
9. Для каких функций возможно построить обратную?
10. Сформулировать алгоритм построения обратной функции.

## УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

**Уравнения и системы уравнений.** Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и системы.

Равносильность уравнений, неравенств, систем.

Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

**Неравенства и системы неравенств.** Рациональные, иррациональные, показательные и *тригонометрические* неравенства. Основные приемы их решения.

**Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.** Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

### ***Прикладные задачи***

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

### ***Практические занятия***

Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.

Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с. 62 – 68.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.

- изучить предложенную таблицу

Линейное уравнение I степени с одной переменной	Уравнение II степени с одной переменной	Биквадратное уравнение	Двучленные уравнения	Иррациональные уравнения	Логарифмические уравнения	Показательные уравнения
---	---	------------------------	----------------------	--------------------------	---------------------------	-------------------------

$ax + b = 0, \left(x = \frac{-b}{a}, a \neq 0\right)$	$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$	$ax^4 + bx^2 + c = 0$	$x^n + a = 0$	Уравнения, содержащие переменную под знаком корня.	Уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма.	Уравнения, содержащие переменную в показателе степени.
<p><b>Алгоритм решения</b> линейного уравнения с одним неизвестным:</p> <p>1. Раскрываем скобки (если требуется)</p> <p>2. Неизвестные слагаемые переносим влево, а известные слагаемые вправо относительно знака "=" (неизвестное слагаемое - слагаемое содержащее неизвестное)</p> <p>3. При переносе за знак "=" знак слагаемого меняем на противоположный (т.е. если был "+" при переносе станет "-")</p> <p>4. Приводим подобные слагаемые</p> <p>5. Обе части уравнения делим на коэффициент, стоящий перед неизвестным (коэффициент - число перед неизвестным)</p>	<p><b>Алгоритм решения</b> квадратного уравнения с одним неизвестным:</p> <p>1. По формуле <math>D = b^2 - 4ac</math>; вычислить дискриминант: если <math>D &gt; 0</math>, то два корня уравнения, если <math>D &lt; 0</math>, то комплексные корни уравнения, если <math>D = 0</math>, то один корень уравнения</p> <p>2. Вычисляем корни уравнения по формуле:</p> $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	<p>Решается сведением к квадратному уравнению с помощью введения новой переменной.</p> <p>Пусть <math>x^2 = y</math>, тогда имеем <math>ay^2 + by + c = 0</math> и решается квадратное уравнение относительно <math>y</math>.</p>	<p>Число корней равно <math>n</math>.</p> <p>Решаем методами: разложения на множители и группировки</p>	<p>Замечание: При решении иррациональных уравнений необходимо учитывать:</p> <p>1) При извлечении корня четной степени берется только его арифметическое значение.</p> <p>2) При возведении выражения, содержащего переменную, в степень может быть нарушена равносильность выражений.</p> <p>1. Определить область допустимых значений переменной <math>X</math>.</p> <p>2. Избавиться от иррациональности возведем в степень.</p> <p>3. Решить уравнение и определить корни.</p>	<p>Методы решения</p> <p>1. по основному логарифмическому тождеству</p> <p>2. потенцирование</p> <p>3. группировка</p> <p>4. замена переменной.</p> <p>5. переход к новому основанию логарифма.</p> <p><b>Во всех случаях применяются свойства логарифма.</b></p>	<p>Методы решения</p> <p>1. логарифмирование</p> <p>2. группировка</p> <p>3. замена переменной</p> <p>4. переход к одному основанию</p> <p><b>Во всех случаях применяются свойства степени с действительным показателем.</b></p>

### Простейших тригонометрических уравнений

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Эти уравнения называются частными случаями.

При решении тригонометрических уравнений применяют основные тригонометрические тождества и формулы суммы (разности), перехода от суммы к произведению, половинного аргумента и понижения степени для упрощения уравнения и приведения его к виду простейших тригонометрических уравнений.

Пример: Уравнения  $x=0$  и  $x(x^2+3)=0$  равносильны, так как оба имеют единственный корень  $x=0$ .

Уравнения  $x^2-x=0$  и  $\frac{x^2+2}{x}=\frac{x+1}{x}$  – неравносильны, так как  $x=0$  является корнем первого уравнения, но не удовлетворяет второму уравнению.

Уравнения  $2x-10=0$  и  $(2x-10)(x+1)=0$  неравносильны, так как корень первого уравнения  $x=5$ , а второе уравнение кроме этого корня имеет еще корень  $x=-1$ , который не является корнем первого уравнения.

Пример:

Решим уравнения:

$$a)(3x+1)^2+(4x-1)^2=(5x-2)^2$$

раскроем скобки, применяя формулы сокращенного умножения  $(a+b)^2$  и  $(a-b)^2$

$$9x^2+6x+1+16x^2-8x+1=25x^2-20x+4.$$

$$9x^2+6x+1+16x^2-8x+1-25x^2+20x-4=0.$$

приведем подобные члены, получим

$$\begin{array}{l} 18x-2=0 \\ 18x=2 \end{array} \quad x=\frac{2}{18}=\frac{1}{9} \quad \text{Ответ: } x=\frac{1}{9} \text{ – корень уравнения.}$$

$$б) \frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4} \text{ разложим } x^2-4 \text{ на множители}$$

перенесем все члены уравнения в левую часть и приведем дроби к общему знаменателю

$$\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{8}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{x(x+2)-7(x-2)-8}{(x+2)(x-2)} = 0$$

$$\frac{x^2+2x-7x+14-8}{(x+2)(x-2)} = 0$$

$$\frac{x^2-5x+6}{(x+2)(x-2)} = 0$$

дробь равна нулю, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю, т. е.

$$(x+2)(x-2) \neq 0, \quad \Rightarrow \quad x \neq 2; \quad x \neq -2$$

$$x^2-5x+6=0.$$

Решаем уравнение

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}; \quad (\text{корни можно найти по теореме Виета})$$

$$x_1 = 3; x_2 = 2$$

Так как  $x \neq 2$ , то  $x_2 = 2$  – посторонний корень и решением уравнения будет  $x = 3$ .  
. Ответ:  $x = 3$ .

$$в) x^2 - x + 4 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 4 = -15 < 0$$

уравнение не имеет действительных корней. Найдем мнимые корни.

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{-15}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-1} \cdot \sqrt{15}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{15} \cdot i}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{15}}{2} i \quad (\text{мы знаем, что } \sqrt{-1} = i \text{ – мнимая единица})$$

$$з) 2x^2 + 3x + 7 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 9 - 56 = -47 < 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-47}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{47} \cdot i}{4} = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{47}}{4} i$$

$$д) x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$D = 16 - 64 = -48$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{-48}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{48} \cdot i}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3} \cdot i}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}i$$

Пример биквадратного уравнения.

$$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$4y^2 - 5y + 1 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{8}; \quad y_1 = 1; \quad y_2 = \frac{1}{4}$$

и тогда  $x^2 = 1$  и  $x^2 = \frac{1}{4}$ , решаем эти уравнения:

$$x_{1,2} = \pm 1; \quad x_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \quad \text{получили четыре действительных корня. Ответ: } \pm 1; \pm \frac{1}{2}$$

Решить самостоятельно:

$$а) 3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$$

$$б) x^4 + 9x^2 = 0$$

### Примеры решения двучленных уравнений

а)  $x^3 + 27 = 0$  уравнение третьей степени и имеет 3 корня.

Разложим левую часть уравнения на множители.

Применяем формулу:  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$x^3 + 3^3 = 0$$

$(x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$ ; произведение равно нулю, если хотя бы один из сомножителей равен нулю, т.е.  $x+3=0 \Rightarrow x_1 = -3$

$$x^2 - 3x + 9 = 0$$

$D = 9 - 4 \cdot 9 = 9 - 36 = -27 < 0$  действительных корней нет, найдем мнимые

$$x_{2,3} = \frac{3 \pm \sqrt{-27}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{27}i}{2} = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2} = \frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}i; \text{ т.е. уравнение имеет один}$$

действительный корень  $x_1 = -3$  и два мнимых  $x_{2,3} = \frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

б)  $x^4 - 16 = 0$ , разложим на множители  $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$  имеем:

$$x^2 - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 4 = 0$$

$(x-2)(x+2) = 0$   $x^2 = -4$  действительных корней нет, введём мнимую единицу

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -2$$

$x_{3,4} = \pm\sqrt{-4} = \pm 2i$  есть два мнимых корня

Ответ:  $\pm 2; \pm 2i$ .

в)  $x^3 - x^2 + 9x - 9 = 0$ , группируем члены

$(x^3 - x^2) + (9x - 9) = 0$  выносим общий множитель из каждой скобки

$$x^2(x-1) + 9(x-1) = 0.$$

Вынесем  $(x-1)$  за скобки

$$(x-1)(x^2 + 9) = 0 \text{ и тогда}$$

$$x-1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 9 = 0$$

$$x_1 = 1. \quad x^2 = -9$$

$$x_{2,3} = \pm\sqrt{-9} = \pm 3i.$$

Ответ:  $1; \pm 3i$ .

**Самостоятельно:**

1)  $16x^4 - 1 = 0$

2)  $x^3 - 64 = 0$

3)  $x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$ .

.

### Примеры решения иррациональных.

1)  $x + \sqrt{x^2 - 13x + 31} = 5$

перенесем  $x$  в правую часть

$$\sqrt{x^2 - 13x + 31} = 5 - x$$

возведем обе части уравнения в квадрат. Так как  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ , то получаем



$$\left(\sqrt{x^2 - 13x + 31}\right)^2 = (5 - x)^2$$

$$x^2 - 13x + 31 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 13x + 31 - 25 + 10x - x^2 = 0$$

$$-3x + 6 = 0$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

так как при решении уравнения мы возводили в квадрат, то корень  $x = 2$  требует проверки. Итак  $x = 2$  подставляем в данное уравнение

$$2 + \sqrt{4 - 26 + 31} = 5$$

$$2 + \sqrt{9} = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

$$5 = 5 \quad \text{верно} \Rightarrow \quad \text{ответ: } x = 2$$

$$2) \sqrt{x+3} + \sqrt{22-x} = 7$$

уравнение содержит два корня, перенесем один из корней в правую часть

$$\sqrt{x+3} = 7 - \sqrt{22-x}$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$x+3 = (7 - \sqrt{22-x})^2$$

$$x+3 = 49 - 14\sqrt{22-x} + 22 - x$$

остался один корень. Перенесем его в левую часть, остальные члены — в правую

$$14\sqrt{22-x} = 49 + 22 - x - x - 3$$

$$14\sqrt{22-x} = 68 - 2x$$

сократим обе части на 2

$$7\sqrt{22-x} = 34 - x$$

и опять возведем в квадрат обе части уравнения:

$$(7\sqrt{22-x})^2 = (34-x)^2$$

$$49(22-x) = 1156 - 68x + x^2$$

$$1078 - 49x = 1156 - 68x + x^2$$

$$x^2 - 19x + 78 = 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot 78 = 361 - 312 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm 7}{2}; \quad x_1 = 13; x_2 = 6$$

Проверка

$$x = 13$$

$$\sqrt{13+3} + \sqrt{22-13} = 7$$

$$4+3=7$$

$$7=7 \quad \text{верно}$$

$$x = 6$$

$$\sqrt{6+3} + \sqrt{22-6} = 7$$

$$3+4=7$$

$$7=7 \quad \text{верно}$$

Ответ:  $x = 13$ ;  $x = 6$ .

Можно было

указать сразу ОДЗ

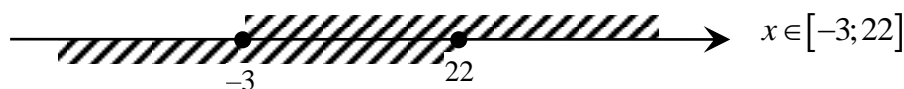
и получив корни,

сравнить с ОДЗ

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 22-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 22 \end{cases}$$

полученные корни  $x = 13$  и  $x = 6$  удовлетворяют ОДЗ  $x \in [-3; 22]$  и следовательно

Ответ:  $x = 13$ ;  $x = 6$



3)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6} = 6$

$$\sqrt{2x+6} = 6 - \sqrt{x-1}$$

$$2x+6 = 36 - 12\sqrt{x-1} + x-1$$

$$12\sqrt{x-1} = 36 + x - 1 - 2x - 6$$

$$12\sqrt{x-1} = 29 - x$$

$$(12\sqrt{x-1})^2 = (29-x)^2$$

$$144(x-1) = 29^2 - 58x + x^2$$

$$x^2 - 202x + 985 = 0$$

$$D = 202^2 - 4 \cdot 985 = 192^2$$

$$x_{1,2} = \frac{202 \pm 192}{2}$$

$$x_1 = 197$$

$$x_2 = 5$$

Из того, что  $x \geq 1$  делаем вывод, что  $x_1 = 197$  и  $x_2 = 5$  являются корнями

уравнения. Однако проверка показывает, что  $x_1 = 197$  в данном случае является

посторонним корнем

$$\sqrt{196} + \sqrt{197 \cdot 2 + 6} \neq 6$$

$$14 + 20 \neq 6$$

$$x = 5$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$$

$$2 + 4 = 6; \quad 6 = 6$$

Ответ: 5.

4. 1)  $(x^2 - x) \cdot \sqrt[3]{x-2} = 0$

$$x^2 - x = 0 \quad \sqrt[3]{x-2} = 0$$

Отсюда  $x(x-1) = 0$  и  $x-2 = 0$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x = 2$$

Проверим корни:

$$x = 0$$

$$(0-0) \cdot \sqrt[3]{0-2} = 0$$

$$0 \cdot \sqrt[3]{-2} = 0$$

$$0 = 0$$

$$x = 1$$

$$(1-1) \cdot \sqrt[3]{1-2} = 0$$

$$0 \cdot \sqrt[3]{-1} = 0$$

$$0 \cdot (-1) = 0; \quad 0 = 0$$

$$x = 2$$

$$(4-2) \cdot \sqrt[3]{2-2} = 0$$

$$2 \cdot 0 = 0$$

$$0 = 0$$

Ответ: 0; 1; 2.

5.

$$2)(9-x^2) \cdot \sqrt[4]{2+x} = 0$$

$$9-x^2 = 0$$

$$\sqrt[4]{2+x} = 0$$

$$(3-x)(3+x) = 0$$

$$\text{или } 2+x = 0$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{aligned} 2+x &\geq 0 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

$$3-x = 0$$

$$3+x = 0$$

$$x = -2$$

$$x = 3$$

$$x = -3$$

Проверяя полученные корни, видим, что  $x = 3, x = -2$  удовлетворяют ОДЗ, а вот  $x = -3$  – посторонний корень. Ответ:  $x = 3; -2$ .

### Примеры для самостоятельного решения

$$1) \frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{x^2+3x+2}$$

$$3) x^2 + 81 = 0$$

$$2) (x^2 - x) \cdot \sqrt[3]{x-2} = 0$$

$$4) x^2 - 7x + 16 = 0$$

$$1) \sqrt{5x-6} - \sqrt{x-2} = 2$$

$$2) \sqrt{3+\sqrt{5-x}} = \sqrt{x}$$

$$3) \sqrt[3]{x^3+7} - 1 = x$$

### Неравенства

$ax \geq b; ax \leq b; ax > b; ax < b. (a \neq 0)$  – неравенства I степени с одной переменной

$ax^2 + bx + c > 0$  или  $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$  – неравенства II степени с одной

переменной

**Решить неравенство** – значит найти множество значений переменной, при которых это неравенство является верным.

Два неравенства называются **равносильными**, если множество решений этих неравенств совпадают.

**Примеры:**

Решим неравенства

а)  $5x - \frac{7x-1}{2} + \frac{2x-5}{5} > \frac{7}{10}$

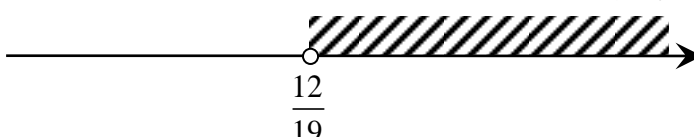
Перенесем все члены в левую часть и приведем к общему знаменателю. общий знаменатель 10; так как знаменатель не содержит переменной, то есть сразу видно что он не равен нулю, то в дальнейшем его можно не писать (опустить).

$$50x - 5(7x-1) + 2(2x-5) - 7 > 0$$

$$50x - 35x + 5 + 4x - 10 - 7 > 0$$

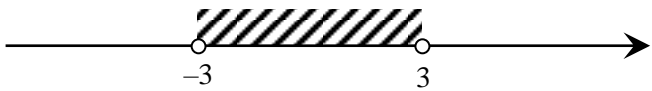
$$19x - 12 > 0$$

$$19x > 12$$

$$x > \frac{12}{19}$$


$$x \in \left( \frac{12}{19}; +\infty \right)$$

б)  $|5 - 2x| < 3$



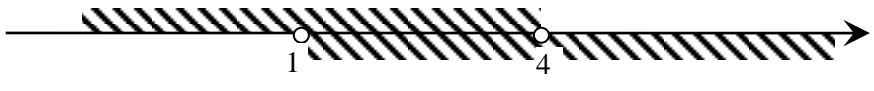
, то есть  $-3 < 5 - 2x < 3$

Используя свойства числовых неравенств, имеем

$$-3 - 5 < 5 - 2x - 5 < 3 - 5$$

$-8 < -2x < -2$ ; делим на  $(-2)$ , знак неравенства меняется на противоположный

$$4 > x > 1 \Leftrightarrow 1 < x < 4$$



Ответ:  $x \in (1; 4)$

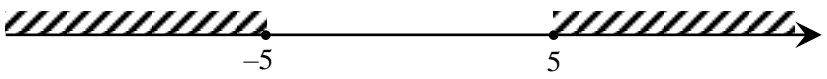
Или можно записать в виде системы неравенств

$$\begin{cases} 5 - 2x < 3 \\ 5 - 2x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x < 3 - 5 \\ -2x > -3 - 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x < -2 \\ -2x > -8 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x < 4 \end{cases}$$



Ответ:  $x \in (1; 4)$

в)  $|4x - 2| \geq 5$

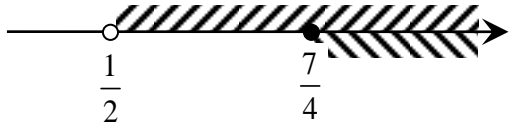


$$\begin{cases} 4x - 2 > 0 \\ 4x - 2 \geq 5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 4x - 2 < 0 \\ 4x - 2 \leq -5 \end{cases}$$

Решаем две системы

$$\begin{cases} 4x > 2 \\ 4x \geq 7 \end{cases}$$

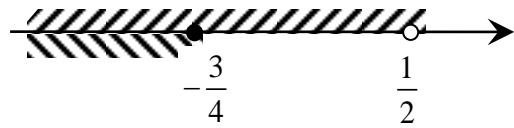
$$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \geq \frac{7}{4} \end{cases}$$



$$x \in \left[ \frac{7}{4}; +\infty \right)$$

$$\begin{cases} 4x < 2 \\ 4x \leq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$$



$$x \in \left( -\infty; -\frac{3}{4} \right]$$

Ответ:  $x \in \left( -\infty; -\frac{3}{4} \right] \cup \left[ \frac{7}{4}; +\infty \right)$ .

г)  $5x - 2 - 3x^2 > 0$

умножим на  $(-1)$

$$3x^2 - 5x + 2 < 0$$

квадратное неравенство

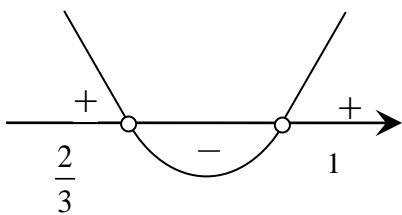
Найдем корни уравнения  $3x^2 - 5x + 2 = 0$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

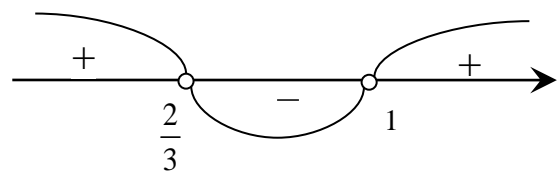
$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{6}; \quad x_1 = 1; x_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Графиком функции  $y = 3x^2 - 5x + 2$  является парабола, ветви которой направлены вверх, а точки пересечения параболы и оси ОХ  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = \frac{2}{3}$

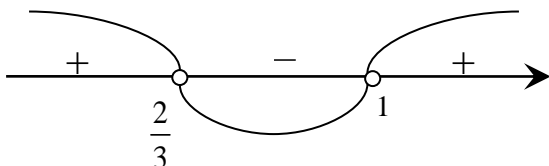
Изобразим геометрически:



или



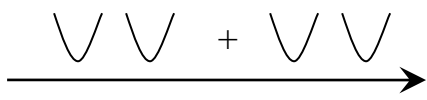
или



получаем три интервала, в которых определяем знак трехчлена. Так как мы решаем неравенство  $3x^2 - 5x + 2 < 0$ , то решением неравенства будет промежуток

(интервал)  $x \in \left( \frac{2}{3}; 1 \right)$

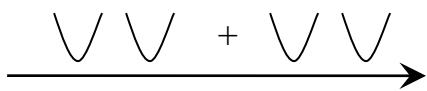
$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & 4x - 12x^2 - 3 > 0 \\ & 12x^2 - 4x + 3 < 0 \\ & 12x^2 - 4x + 3 = 0 \\ & D = 16 - 4 \cdot 12 \cdot 3 < 0 \end{aligned}$$



действительных корней нет, так как ветви параболы направлены вверх, то парабола не пересекает ось и расположена выше её, где всегда  $> 0$ ,

а мы решаем неравенство  $12x^2 - 4x + 3 < 0$ , значит данное неравенство не имеет решения.

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & -2 + x - 3x^2 \leq 0 \\ & 3x^2 - x + 2 \geq 0 \\ & 3x^2 - x + 2 = 0 \\ & D = 1 - 4 \cdot 6 = -23 < 0 \end{aligned}$$



уравнение не имеет действительных корней, т.е. парабола не пересекает ось, ветви параболы направлены вверх,

а так как мы решаем неравенство  $3x^2 - x + 2 \geq 0$ , то оно имеет множество решений, т.е.  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

ж)  $\frac{5-2x}{3x-1} \geq 2$  – дробно-рациональное неравенство, которое может быть решено или через системы неравенств или методом интервалов. Перенесем правую часть в левую, приведем подобные члены

$$\frac{5-2x}{3x-1} - 2 \geq 0$$

$$\frac{5-2x-6x+2}{3x-1} \geq 0$$

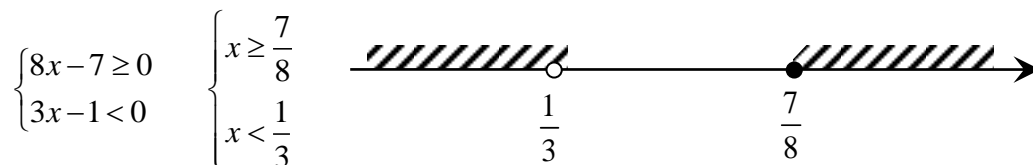
$$\frac{-8x+7}{3x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{8x-7}{3x-1} \leq 0$$

Решим через системы неравенств. Дробь  $< 0$ , если числитель и знаменатель имеют разные знаки, т.е.

$$\text{а)} \begin{cases} 8x-7 \leq 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \text{б)} \begin{cases} 8x-7 \geq 0 \\ 3x-1 < 0 \end{cases}$$

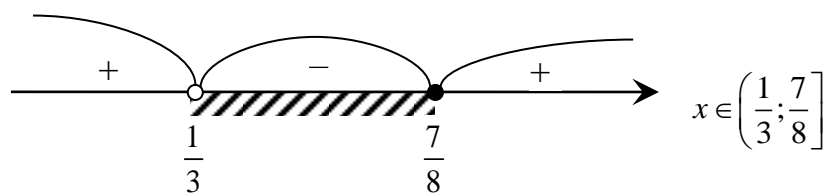
(Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю). При решении системы неравенств надо решить каждое неравенство и выбрать общие промежутки.

Решаем  $\begin{cases} 8x-7 \leq 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x \leq 7 \\ 3x > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{7}{8} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$



система не имеет решения. Следовательно решением данного неравенства является  $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{7}{8}\right]$ .

Метод интервалов позволяет ускорить процесс решения неравенства  $\frac{8x-7}{3x-1} \leq 0$  корни  $x = \frac{7}{8}$  и  $x = \frac{1}{3}$ .



Метод интервалов позволяет решать не только неравенства II степени, дробно-рациональные но и более высоких степеней.

$\frac{x^2 \cdot (3x-4) \cdot (x^2+4)}{(2x-7)(x-2)} \geq 0$  находим корни многочлена

$x^2 = 0 \quad x_1 = 0$

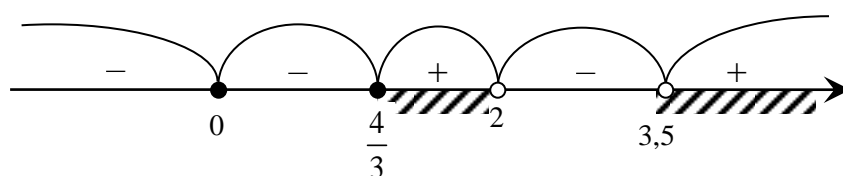
$3x-4 = 0 \quad x_2 = \frac{4}{3}$

$x^2 + 4 > 0$  всегда, т.е. действительных корней нет.

$2x-7 = 0 \quad x = \frac{7}{2} = 3,5$

$x-2 = 0 \quad x = 2$

Отметим корни на числовой прямой, учитываем, что числитель может быть равен нулю.

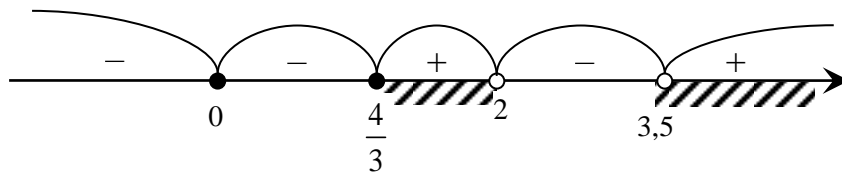


только определяем знак выражения в каждом промежутке

$$\begin{array}{lll}
(3,5; +\infty) & x = 4 & \text{получаем } \frac{16 \cdot 8 \cdot 20}{1 \cdot 2} > 0 \\
(2; 3,5) & x = 3 & \Rightarrow \frac{9 \cdot 5 \cdot 13}{(-1) \cdot 1} < 0 \\
\left[\frac{4}{3}; 2\right) & x = 1,5 & \Rightarrow \frac{2,25 \cdot 0,5 \cdot 6,25}{(-4) \cdot (-0,5)} > 0 \\
\left[0; \frac{4}{3}\right] & x = 1 & \Rightarrow \frac{1 \cdot (-1) \cdot 5}{(-5) \cdot (-1)} < 0 \\
(-\infty; 0] & x = -1 & \Rightarrow \frac{1 \cdot (-7) \cdot 15}{-9 \cdot (-3)} < 0
\end{array}$$

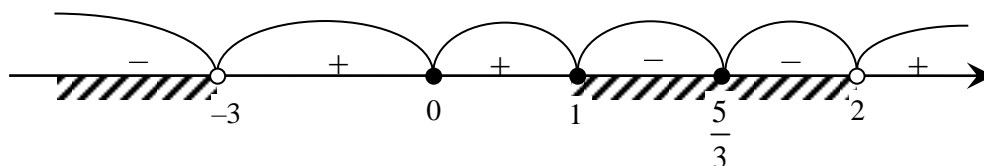
и тогда решением неравенства является  $x \in \left[\frac{4}{3}; 2\right) \cup (3,5; +\infty)$ .

Можно несколько ускорить процесс определения знака в промежутках.



В промежутке больше большего корня всегда выражение больше нуля, а затем, если корень повторяется нечетное число раз (кратность его нечетная), то знаки в промежутках справа и слева от корня изменяются, а если кратность корня четная, то знак справа и слева от корня не изменяется.

$$\frac{(x-1)^3 \cdot x^4 \cdot (3x-5)^2}{(4x-8) \cdot (x+3)} \leq 0$$



$x \in (-\infty; -3) \cup \left[1; \frac{5}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}; 2\right)$ , так как  $x = \frac{5}{3}$ , то  $\left[1; \frac{5}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}; 2\right)$  можно записать  $[1; 2)$

и тогда  $x \in (-\infty; -3) \cup [1; 2)$

## Системы линейных алгебраических уравнений

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

- использовать учебную литературу:



1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с.25-55.

2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.79-117.

-Изучить предложенные методы

Методы решения систем уравнений

1. Подстановки

2. Сложения

3. Введение новой переменной

4. Методами Гаусса, матричный и Крамера

– ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Методы решения систем уравнений: алгоритмы.

2. Матрица. Виды матриц. Действия над матрицами.

3. Определить второго и третьего порядка. Минор и Алгебраическое дополнение.

4. В чем суть матричного метода решения систем уравнений?

4. Решение систем уравнений по формулам Крамера?

5. Решение систем уравнений методом Гаусса-Жордана?

– по вопросам, оставшимся нерешенными, обратиться за консультацией к преподавателю.

## 1. Линейная алгебра

*Матрицей* размером  $m \times n$  называется совокупность  $m$ -и  $n$  чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы из  $m$  строк и  $n$  столбцов.

Для краткости матрицу можно обозначать одной заглавной буквой, например,  $A$  или  $B$ . В общем виде матрицу размером  $m \times n$  записывают так

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Числа, составляющие матрицу, называются *элементами матрицы*. Элементы матрицы удобно снабжать двумя индексами  $a_{ij}$ : первый указывает номер строки, а второй – номер столбца. Например,  $a_{23}$  – элемент стоит во 2-ой строке, 3-м столбце.

Если в матрице число строк равно числу столбцов, то матрица называется *квадратной*, причём число ее строк или столбцов называется *порядком* матрицы. В приведённых выше примерах квадратными являются вторая матрица – её порядок равен 3, и четвёртая матрица – её порядок 1.

Матрица, в которой число строк не равно числу столбцов, называется *прямоугольной*. Различаются также матрицы, имеющие только одну строку или один столбец.

Матрица, у которой всего одна строка  $A = (a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n})$ , называется *матрицей – строкой* (или *строковой*), а матрица, у которой всего один столбец, *матрицей – столбцом*.

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется *нулевой* и обозначается  $(0)$ , или просто  $0$ . Например,  $0=(0\ 0\ \dots\ 0)$ ,  $0=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

*Главной диагональю* квадратной матрицы назовём диагональ, идущую из левого верхнего в правый нижний угол.

$$\begin{pmatrix} \underline{1} & 3 & -1 \\ 0 & \underline{2} & -2 \\ 4 & 1 & \underline{3} \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица, у которой все диагональные элементы равны единице, называется *единичной* матрицей и обозначается буквой  $E$ .

$$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Определителем второго порядка*, соответствующим данной матрице, называется число, получаемое следующим образом:  $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ . Определитель обозначается символом  $D$  или  $|A|$  или  $\det A$ .

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

*Определителем третьего порядка*, соответствующим данной квадратной матрице третьего порядка, называется число, обозначаемое и получаемое следующим образом:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Пример: Вычислить определитель третьего порядка.

$$\begin{aligned} 1. D &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \cdot (0 \cdot 1 - (-2) \cdot 2) - 3(1 \cdot 1 - (-2) \cdot (-2)) - 4(1 \cdot 2 - 0 \cdot (-1)) = 8 + 3 - 8 = 3 \end{aligned}$$

### Сложение матриц.

Пусть матрицы  $A$  и  $B$  состоят из одинакового числа строк и одинакового числа столбцов, т.е. имеют одинаковые размеры. Тогда для того, чтобы сложить матрицы  $A$  и  $B$  нужно к элементам матрицы  $A$  прибавить элементы матрицы  $B$ , стоящие на тех же местах.

*Суммой* двух матриц  $A$  и  $B$  называется матрица  $C$ , которая определяется по правилу

$$A+B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \end{pmatrix}$$

Сложение матриц на примере матриц  $3 \times 3$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{pmatrix}$$

- матрицы складываются поэлементно (складываем числа на одинаковых местах)

!!! Складывать можно только матрицы, имеющие одинаковый размер (т.е. одинаковое число строк и столбцов)

Пример: Найти сумму матриц:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 4 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} - \text{нельзя, т.к. размеры матриц различны.}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 2 & 4 \\ 21 & 34 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 11 & 5 & 6 \\ 28 & 40 & 14 \end{pmatrix}.$$

### Транспонирование.

Рассмотрим произвольную матрицу  $A$  из  $m$  строк и  $n$  столбцов. Ей можно сопоставить такую матрицу  $B$  из  $n$  строк и  $m$  столбцов, у которой каждая строка является столбцом матрицы  $A$  с тем же номером (следовательно, каждый столбец является строкой матрицы  $A$  с тем же номером).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Эту матрицу  $B$  называют *транспонированной* матрицей  $A$ , а переход от  $A$  к  $B$  *транспонированием*.

*Транспонирование* – это перемена ролями строк и столбцов матрицы. Матрицу, транспонированную к матрице  $A$ , обычно обозначают  $A^T$ .

Пример: Найти матрицу транспонированную данной.

$$а) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & -2 & 1 \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$б) B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, B^T = (1 \quad -2 \quad 3).$$

### Умножение матрицы на число.

Для того чтобы умножить матрицу  $A$  на число  $k$  нужно каждый элемент матрицы  $A$  умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы  $A$  на число  $k$  есть новая матрица, которая определяется по правилу

$$k \cdot A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{Пример: } -2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & -4 \\ -2 & 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

### Умножение матриц.

*Произведением* матрицы  $A$  на матрицу  $B$  называется новая матрица  $C=AB$ , элементы которой составляются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \end{pmatrix}$$

$$\text{Пример: Найти произведение } AB, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= 3 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 6 & c_{21} &= 2 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 1 = 6 & c_{31} &= 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 1 = 8 \\ c_{12} &= 3 \times 1 + 1 \times (-1) + 1 \times 0 = 2 & c_{22} &= 2 \times 1 + 1 \times (-1) + 2 \times 0 = 1 & c_{32} &= 2 \times (-1) + 1 \times 1 + 2 \times 1 = 1 \\ c_{13} &= 3 \times (-1) + 1 \times 1 + 1 \times 1 = -1 & c_{23} &= 2 \times (-1) + 1 \times 1 + 2 \times 1 = 1 & c_{33} &= 1 \times (-1) + 2 \times 1 + 3 \times 1 = 4 \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

!!! Матрицы не перестановочны друг с другом, т.е.  $A \cdot B \neq B \cdot A$ . Поэтому при умножении матриц нужно тщательно следить за порядком множителей.

### Обратная матрица

Обратной  $A^{-1}$  по отношению к матрице  $A$  называется такая матрица, для которой выполняется равенство  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ . ( $E$  – единичная матрица).

Для нахождения обратной матрицы используют следующую схему:

- 1) Находят определитель матрицы  $A$
- 2) Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы  $A$  и записывают новую матрицу
- 3) Меняют местами столбцы полученной матрицы (транспонируют)
- 4) Умножают полученную матрицу на  $\frac{1}{D}$

Пример: Найти обратную матрицу для  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$  и выполнить проверку.

$$1) \text{ Вычисляем } D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 20 \neq 0. \text{ следовательно,}$$

обратная матрица существует.

2) Найдем присоединенную матрицу  $A^*$ . Для этого вычислим все *миноры* второго порядка матрицы  $A$  и *алгебраические* дополнения:

$$\begin{aligned} A_{11} &= (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 7, & A_{21} &= (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -1, & A_{31} &= (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -5, \\ A_{12} &= (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -12, & A_{22} &= (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 16, & A_{32} &= (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0, \\ A_{13} &= (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1, & A_{23} &= (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -3, & A_{33} &= (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5. \end{aligned}$$

3) Составим новую матрицу  $A^* = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 1 \\ -1 & 16 & -3 \\ -5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  и транспонируем

$$A^T = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -5 \\ -12 & 16 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

4) Найдем по формуле обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 7 & -1 & -5 \\ -12 & 16 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{20} & -\frac{1}{20} & -\frac{5}{20} \\ -\frac{12}{20} & \frac{16}{20} & 0 \\ \frac{1}{20} & -\frac{3}{20} & \frac{5}{20} \end{pmatrix}$$

$$\text{Проверка } A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{7}{20} & -\frac{1}{20} & -\frac{5}{20} \\ -\frac{12}{20} & \frac{16}{20} & 0 \\ \frac{1}{20} & -\frac{3}{20} & \frac{5}{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

### Простейшие матричные уравнения и их решение.

Пусть дана система уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Рассмотрим матрицу, составленную из коэффициентов при неизвестных:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Свободные члены и неизвестные запишем в виде матриц-столбцов

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Тогда *матричным уравнением* называется уравнение вида  $A \cdot X = B$ .

План решения матричных уравнений:

- 1) Найти обратную матрицу  $A^{-1}$
- 2) Найти произведение обратной матрицы  $A^{-1}$  на столбец свободных членов  $B$ , т.е.  $A^{-1} \cdot B$
- 3) Пользуясь определением равных матриц, записать ответ.

Пример: Решить матричное уравнение  $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$

Составим матричное уравнение  $A \cdot X = B$ :  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}$

- 1) Найдем обратную матрицу  $A^{-1}$

Вычислим определитель

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot (4+1) + 1 \cdot (-8-2) = 5 \neq 0$$

Запишем все алгебраические дополнения:

$$\begin{aligned} A_{11} &= (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 5, & A_{21} &= (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 4, & A_{31} &= (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1, \\ A_{12} &= (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 10, & A_{22} &= (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12, & A_{32} &= (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -3, \\ A_{13} &= (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0, & A_{23} &= (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1, & A_{33} &= (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5. \end{aligned}$$

Запишем новую матрицу и транспонируем:

$$A^* = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 0 \\ 4 & 12 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 10 & 12 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Запишем обратную матрицу:  $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 10 & 12 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ 2 & \frac{12}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$

$$2) \quad X = \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ 2 & \frac{12}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + \frac{4}{5} \cdot 0 - \frac{1}{5} \cdot 15 \\ 2 \cdot 5 + \frac{12}{5} \cdot 0 - \frac{3}{5} \cdot 15 \\ 0 \cdot 5 + \frac{1}{5} \cdot 0 + \frac{1}{5} \cdot 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$3) \quad \text{Итак, } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ т.е. } x_1=2, x_2=1, x_3=3.$$

## Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

*Теорема:* Система  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными, определитель которой  $\neq 0$ , всегда имеет решение и притом единственное. Оно находится следующим образом: значение каждого из неизвестных равно дроби, знаменателем которой является определитель системы, а числитель получается из определителя системы заменой столбца коэффициентов при искомом неизвестном на столбец свободных членов.

Пусть дана система линейных уравнений с неизвестными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Из коэффициентов при неизвестных составим матрицу  $A$ , а из свободных членов – матрицу-столбец  $B$ , т.е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Если в определителе системы заменить столбцы коэффициентов при неизвестных на столбец свободных членов, то получим:

$$D_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, D_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Тогда для решения системы запишется так:

$$X = \frac{D_x}{D}, Y = \frac{D_y}{D}, Z = \frac{D_z}{D}.$$

Пример: Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3 \\ 5x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - z = -2 \end{cases}$$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  и из свободных

членов  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

Вычислим определитель системы

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 25 \neq 0$$

Вычислим определители при неизвестных:

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 25$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -25$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 50$$

Найдем значения  $X = \frac{D_x}{D} = \frac{25}{25} = 1$ ,  $Y = \frac{D_y}{D} = -\frac{25}{25} = -1$ ,  $Z = \frac{D_z}{D} = \frac{50}{25} = 2$ .

Ответ: (1; -1; 2)

## Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Суть метода - последовательное исключение неизвестных. С помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе ступенчатого вида, из которой последовательно, начиная с последних переменных, находятся все остальные переменные.

$$\text{Пример } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

Перепишем систему линейных алгебраических уравнений в матричную форму.

Получится матрица  $3 \times 4$ , слева от разделительной линии стоят коэффициенты при переменных, а справа стоят свободные члены.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{array} \right)$$

1. Проведём следующие действия: первую строку так и перепишем

Из строки № 2 вычтем строку № 1 умноженную на 3

Из строки № 3 вычтем строку № 1. Получим:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

2. Проведём следующие действия:

Строку № 2 умножим на -1

Из строки № 3 вычтем строку № 2. Получим:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & -1 & -11 \end{array} \right)$$

3. Проведём следующие действия:

Строку № 3 умножим на -1

Из строки № 2 вычтем строку № 3 умноженную на 2 и запишем вторую строку

Из строки № 1 вычтем строку № 3 умноженную на 3 и запишем первую строку. Получим:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -30 \\ 0 & 1 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & 11 \end{array} \right)$$

4. Проведём следующие действия:

Из строки № 1 вычтем строку № 2 умноженную на 2. Получим:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & 11 \end{array} \right)$$

В левой части матрицы по главной диагонали остались одни единицы. В правом столбце получаем решение:  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = -13$ ,  $x_3 = 11$ .

## 2. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

### **Дифференциальное и интегральное исчисление**

**Последовательности.** Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

**Производная.** Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции функции.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

**Первообразная и интеграл.** Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

### **Практические занятия**

Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Производная: нахождение производных элементарных функций, механический и геометрический смысл производной.

Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Исследование функции с помощью производной. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

Использовать учебную литературу:

1. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учебное пособие – 5-е издание стер. – Ростов Н/Д: Феникс 2011. – с.47-158.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с.92-104.,188-277.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. –с.275-359.



- ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Какие замечательные пределы вам известны?
2. Какие свойства пределов вы можете назвать?
3. Какие функции называют бесконечно малыми, бесконечно большими? Какая связь между ними?
4. Как раскрывают неопределенности?
5. В чём заключается физический и геометрический смысл производной?
6. Перечислите правила дифференцирования.
7. Как выяснить монотонность функции?
8. Как найти экстремумы функции?
9. Перечислите основные формулы интегрирования.
10. Какие методы интегрирования вы знаете?
11. Каковы основные свойства интеграла?
12. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

по вопросам, оставшимся нерешенными, обратиться за консультацией к преподавателю.

## Предел функции.

### Определение предела функции по Коши:

Пусть функция  $y = f(x)$  определена в некоторой окрестности точки  $x = a$ , кроме, быть может, в самой этой точке.

**Определение:** Число  $b$  называется пределом этой функции в точке  $x = a$  (или при  $x \rightarrow a$ ), если по любому сколь угодно малому, наперед заданному числу  $\varepsilon > 0$  найдется такое число  $\delta > 0$ , что для всех  $x$  удовлетворяющих неравенству  $0 < |x - a| < \delta$ , соответствующие значения функции будут удовлетворять неравенству:  $|f(x) - b| < \varepsilon$ .

**Вычисление предела функции.** Пусть  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  – функции, для которых существуют пределы при  $x \rightarrow a_0$  ( $x \rightarrow \infty$ ):  $\lim_{x \rightarrow a_0} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow a_0} \varphi(x) = B$

Сформулируем основные **теоремы о пределах**:

1. Функция не может иметь более одного предела.
2. Предел алгебраической суммы конечного числа функций равен такой же сумме пределов этих функций, т.е.  $\lim_{x \rightarrow a_0} (f(x) + \varphi(x)) = A + B$
3. Предел произведения конечного числа функций равен произведению пределов этих функций, т.е.  $\lim_{x \rightarrow a_0} (f(x) \cdot \varphi(x)) = A \cdot B$

В частности, постоянный множитель можно выносить за знак предела, т.е.

$$\lim_{x \rightarrow a_0} (c \cdot f(x)) = c \cdot A$$

4. Предел частного двух функций равен частному пределов этих функций, т.е.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}, \quad B \neq 0$$

**Правила раскрытия неопределенностей:  $\frac{0}{0}$  и  $\frac{\infty}{\infty}$**

**Правило раскрытия неопределенности  $\frac{0}{0}$ .** Чтобы раскрыть неопределенность  $\frac{0}{0}$  надо числитель и знаменатель дроби разложить на множители так, чтобы можно было сократить.

**Правило раскрытия неопределенности  $\frac{\infty}{\infty}$ .** Чтобы раскрыть  $\frac{\infty}{\infty}$  неопределенность надо числитель и знаменатель дроби сократить на самую большую степень  $x$  в знаменателе.

### Определение производной функции

**Определение:** Производной ( $f'(x_0)$ ) функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится разностное отношение  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ , при  $\Delta x$  стремящемся к нулю.

### Формулы дифференцирования

Основные элементарные функции	Сложные функции	Основные правила дифференцирования
1. $C' = 0$	1. $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$	$(f + g)' = f' + g'$
2. $(x)' = 1$	2. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$	$(f - g)' = f' - g'$
3. $(x^n)' = nx^{n-1}$	3. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$
4. $(kx + b)' = k$	4. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
5. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	5. $(e^u)' = e^u \cdot u'$	
6. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	6. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$	
7. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	7. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$	
8. $(a^x)' = a^x \ln a$	8. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$	
9. $(e^x)' = e^x$	9. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$	
10. $(e^{kx+b})' = ke^{kx+b}$	10. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$	
11. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	11. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$	
12. $(\sin x)' = \cos x$	12. $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$	
13. $(\cos x)' = -\sin x$	13. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$	
14. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	14. $(\operatorname{arccot} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$	
15. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$		
16. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		
17. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		
18. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$		
19. $(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$		

Пример: Найти значение производной функции  $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{12}$

Найдем производную данной функции по правилу дифференцирования сложной функции:

$$y' = (\sin(4x - \frac{\pi}{6}))' = (4x - \frac{\pi}{6})' \cdot \cos(4x - \frac{\pi}{6}) = 4 \cos(4x - \frac{\pi}{6})$$

$$y'(\frac{\pi}{12}) = 4 \cos(4 \cdot \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6}) = 4 \cos \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}. \text{ Ответ: } 2\sqrt{3}$$

Пример:  $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 2$ . Найти значение производной функции при  $y'(-1)$ .  
Найдем производную данной функции:  $y' = 3x^2 - 6x + 5$ . Следовательно,  $y'(-1) = 14$ . Ответ: 14.

Пример: Найти производную данной функции  $y = \ln x \cdot \cos x$ .

Найдем производную данной функции по правилу дифференцирования:

$$y' = (\ln x)' \cos x + \ln x (\cos x)' = 1/x \cdot \cos x - \ln x \cdot \sin x.$$

Пример: Найти производную данной функции  $y = \frac{x^3}{\cos x}$ .

Найдем производную данной функции по правилу дифференцирования:

$$y' = \frac{(x^3)' \cos x - x^3 (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{3x^2 \cos x + x^3 \sin x}{\cos^2 x}.$$

## Определение первообразной функции

**Определение:** Функция  $F(x)$  называется **первообразной** для функции  $f(x)$  на заданном промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка  $F'(x) = f(x)$ . (Для краткости при нахождении первообразных промежутков на котором задана функция, обычно не указывается).

**Теорема:** Если  $F(x)$  одна из первообразных для функции  $f(x)$  на заданном промежутке, то множество всех первообразных этой функции имеет вид:  $F(x) + C$ , где  $C$  – любое число.

Для нахождения общего вида первообразной можно воспользоваться таблицей:

Функция $f(x)$	$k$ (постоянная)	$x^n$ , $n \neq -1$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
Множество первообразных $F(x)$	$kx + C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$	$-\cos x + C$	$\sin x + C$	$\operatorname{tg} x + C$	$-\operatorname{ctg} x + C$

Примеры:

1) Показать, что функция  $F(x)$  является первообразной функции  $f(x)$  на всей числовой прямой:

а)  $F(x) = \frac{x^7}{7}$ ,  $f(x) = x^6$ ; б)  $F(x) = 4x^3 - x + 1$ ,  $f(x) = 12x^2 - 1$ .

а)  $F'(x) = (\frac{x^7}{7})' = \frac{7x^6}{7} = x^6 = f(x)$ . б)  $F'(x) = (4x^3)' - x' + 1' = 12x^2 - 1 = f(x)$ .

2) Найти одну из первообразных для функции  $f(x) = x^{12} + 3$ .

Используя таблицу первообразных получим  $F(x) = \frac{x^{12+1}}{12+1} + 3x + C = \frac{x^{13}}{13} + 3x + C$ .

3) Для функции  $f(x) = x + 5$  найти такую первообразную, график которой проходит через точку  $A(2; 5)$ .

Все первообразные функции  $f(x) = x + 5$  находят по таблице  $F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + C$ .

Найдем число  $C$ , такое, чтобы график функции проходил через точку  $A$ .

Подставляя вместо  $x = 2$ ,  $F(x) = 5$ , получаем  $5 = \frac{2^2}{2} + 5 \cdot 2 + C$ .

Следовательно  $C = 5 - 14 = -9$ . Значит  $F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 9$ .

### Определение неопределённого интеграла

Пусть  $f(x)$  - функция, заданная на объединении интервалов вещественной оси.

**Определение:** Набор всех первообразных для  $f(x)$  называется **неопределённым интегралом** от  $f(x)$  и обозначается  $\int f(x) dx$ .

Операция нахождения неопределённого интеграла по заданной функции  $f(x)$  называется **интегрированием** этой функции.

Найти неопределённый интеграл означает **проинтегрировать** данную функцию.

Функция  $f(x)$ , записанная после знака интеграла (или, как часто говорят, *под* знаком интеграла), называется **подынтегральной функцией**.

Согласно доказанным выше теоремам о виде первообразных, неопределённый интеграл от функции  $f(x)$  состоит из функций вида  $F(x) + C$ , где  $F(x)$  - какая-либо фиксированная первообразная для  $f(x)$ , а  $C$  - величина, постоянная на каждом из непересекающихся интервалов, на которых задана функция  $f(x)$ .

Поэтому можно написать такую формулу:  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

Итак, для того чтобы доказать равенство  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , достаточно проверить, что  $F(x)$  - первообразная для  $f(x)$ , то есть что  $F'(x) = f(x)$ .

### Таблица неопределённых интегралов

1.	$\int 0 dx = C$	9.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
2.	$\int 1 dx = x + C$	10.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
3.	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$	11.	$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
4.	$\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	12.	$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$
5.	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	13.	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C = -\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C$
6.	$\int e^x dx = e^x + C$	14.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a}} = \ln x + \sqrt{x^2 + a}  + C$

7.	$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	15.	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left  \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right  + C$
8.	$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	16.	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left  \operatorname{tg} \frac{x + \frac{\pi}{2}}{2} \right  + C$

### Определение определённого интеграла

Для вычисления определенных интегралов от непрерывных функций с конечными пределами необходимо, пользуясь известными методами интегрирования, получить первообразную от интегрируемой функции и, применяя формулу Ньютона-Лейбница:  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ , найти разность значений первообразной при подстановке вместо переменной верхнего и нижнего пределов интегрирования.

Применяется определённый интеграл при вычислении площади криволинейной трапеции и объемов тел вращения.

– Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Какие замечательные пределы вам известны?
2. Какие свойства пределов вы можете назвать?
3. Какие функции называют бесконечно малыми, бесконечно большими? Какая связь между ними?
4. Как раскрывают неопределенности?
5. В чём заключается физический и геометрический смысл производной?
6. Перечислите правила дифференцирования.
7. Как выяснить монотонность функции?
8. Как найти экстремумы функции?
9. Перечислите основные формулы интегрирования.
10. Какие методы интегрирования вы знаете?
11. Каковы основные свойства интеграла?
12. В чём заключается геометрический смысл определенного интеграла?

– по вопросам, оставшимся нерешенными, обратиться за консультацией к преподавателю.

## 2. ГЕОМЕТРИЯ

**Прямые и плоскости в пространстве:** Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции (Теорема). Изображение пространственных фигур.

**Координаты и векторы:** Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

**Многогранники:** Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

**Тела и поверхности вращения:** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

**Измерения в геометрии:** Объем и его измерение. Интегральная формула объема.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

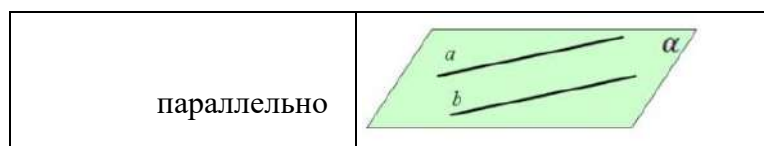
**Практическое занятие:** Вычисление объемов и площадей поверхности тел в пространстве. Получение уравнения прямой. Вычисления с векторами. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

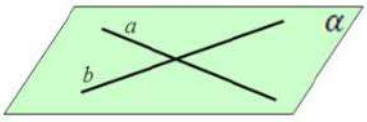
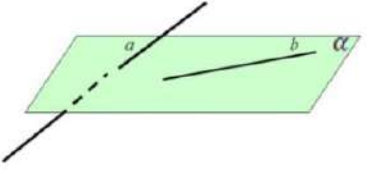
Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

– использовать учебную литературу:

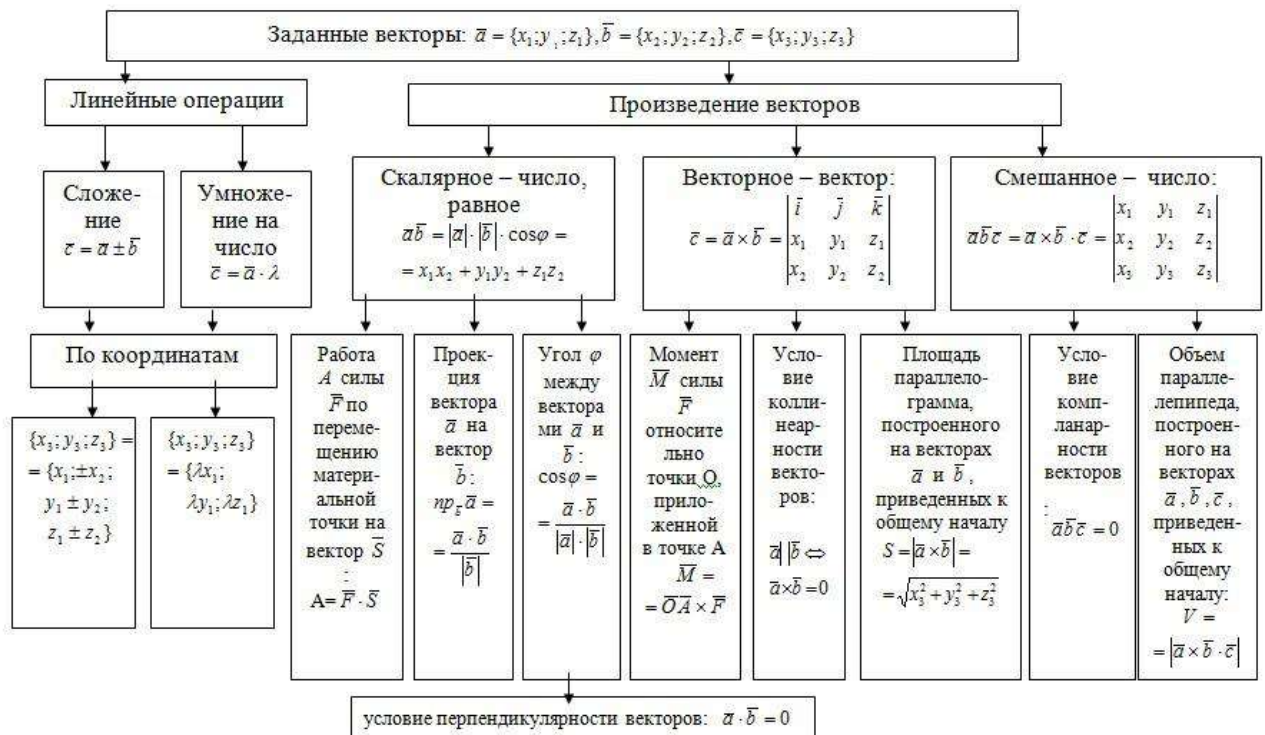
1.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.448-488.



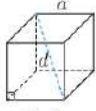
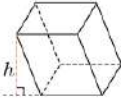
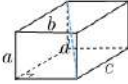
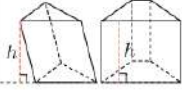
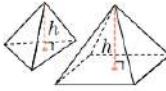
пересекаются	
скрещиваются	

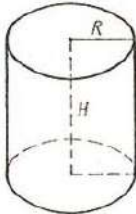
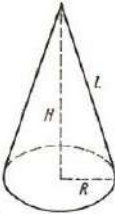
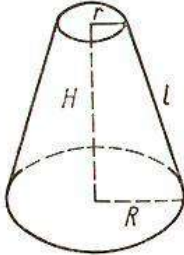
## Векторы в пространстве и действия над ними



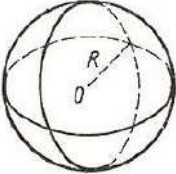
### Формулы объёмов и формулы площадей поверхностей многогранников

даны в таблице.

 Куб	$V = a^3$	$S = 6a^2$	$d = a\sqrt{3}$ <i>d</i> - диагональ
 Параллелепипед	$V = S_{\text{осн}}h$ <i>h</i> - высота		
 Прямоугольный параллелепипед	$V = abc$	$S = 2ab + 2bc + 2ac$	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 Призма	$V = S_{\text{осн}}h$	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$	
 Пирамида	$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$	

<b>ЦИЛИНДР:</b> от греческого «валик, каток» (получен вращение прямоугольника вокруг одной стороны)		$V = \pi R^2 H$	Площадь поверхности: $S = S_{\text{бок.}} + 2 S_{\text{осн.}}$ $S_{\text{бок.}} = 2\pi R H$ ; $S_{\text{осн.}} = \pi R^2$
<b>КОНУС:</b> от греческого «сосновая шишка, остроконечная верхушка шлема» (получен вращением прямоугольного треугольника вокруг катета)		$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$	Площадь поверхности: $S = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}}$ $S_{\text{бок.}} = \pi R L$ ; $S_{\text{осн.}} = \pi R^2$
<b>УСЕЧЕННЫЙ КОНУС</b> часть конуса, заключенная между его основанием и секущей плоскостью параллельной основанию (получен вращением прямоугольной трапеции вокруг боковой стороны)		$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$	Площадь поверхности: $S = S_{\text{бок.}} + 2 S_{\text{осн.}}$ $S_{\text{бок.}} = \pi L (R + r)$ ; $S_{\text{осн.}} = \pi R^2 + \pi r^2$



Сфера и шар (получен вращением полукруга вокруг диаметра)		Объем шара: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ $V = \frac{1}{6} \pi d^3$	Площадь поверхности сферы: $S = 4 \pi R^2$
---	---	---	---

**- Ответить на вопросы для самоконтроля:**

1. Как найти длину отрезка?
2. Какие операции над векторами относятся к линейным? к нелинейным?
3. Что называется скалярным произведением двух векторов? Каковы его основные свойства?
3. Что называется векторным произведением двух векторов? Каковы его основные свойства?
4. Что называется смешанным произведением трех векторов? Каковы его основные свойства?
5. В чем состоит геометрический и физический смысл скалярного, векторного, смешанного произведения векторов? Каковы их приложения?
6. Какие векторы называются линейно зависимыми и линейно независимыми?
7. Как найти координаты вектора в базисе других векторов?
8. Что называется размерностью линейного пространства?
9. Как найти координаты произвольного вектора в этом пространстве?
10. Многогранники и их характеристики.
11. Тела вращения и их характеристики.

### 3. КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**Элементы комбинаторики:** Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

**Элементы теории вероятностей:** Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий.

Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.

**Элементы математической статистики:** Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.

**Практические занятия** Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Чтобы самостоятельно изучить данную тему, необходимо:

– использовать учебную литературу:

1. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учебное пособие – 5-е издание стер. – Ростов Н/Д: Феникс 2011. – с.286-354.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М: Высшая школа, 2003 –с.257-267.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.448-488.

Изучить предложенную таблицу

<b>Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?</b>		
ДА		НЕТ
<b>Все ли элементы входят в соединение?</b>		<b>СОЧЕТАНИЯ</b>
ДА	НЕТ	
<b>ПЕРЕСТАНОВКИ</b>	<b>РАЗМЕЩЕНИЯ</b>	
$P_n = n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$	$A_m^n = \frac{m!}{(m - n)!}$	$C_m^n = \frac{m!}{n!(m - n)!}$

**Определение.** Вероятностью события  $A$  называется отношение числа исходов  $m$ , благоприятствующих наступлению данного события  $A$ , к числу  $n$  всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Из этого определения вытекают следующие **свойства**:

1. Вероятность любого испытания есть неотрицательное число, не превосходящее единицы.

Действительно, число  $m$  искомым событий заключено в пределах  $0 \leq m \leq n$ .

Разделив обе части на  $n$ , получим

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

2. Вероятность достоверного события равна единице, т.к.  $\frac{n}{n} = 1$ .

3. Вероятность невозможного события равна нулю, поскольку  $\frac{0}{n} = 0$ .

<p><b>Теорема о сложении вероятностей</b>  <b>1.</b> Вероятность появления одного из двух <i>несовместных</i> событий равна сумме вероятностей этих событий.</p>	<p><b>Теорема о сложении вероятностей</b>  <b>2.</b> Вероятность суммы <i>совместных</i> событий вычисляется по формуле</p>
$P(A+B)=P(A)+P(B).$	$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A \cdot B).$

- Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Как находить вероятность суммы, произведения событий?
2. Чему равна вероятность достоверного события, невозможного события, случайного события?
3. Какие события называют несовместными, независимыми?
4. Как определяется произведение событий? Какие теоремы умножения вероятностей вы знаете?
5. Как определяются противоположные события? Как вычислить вероятности противоположных событий?
6. В чем заключается вероятностный смысл математического ожидания? Каковы свойства математического ожидания?
7. В чем заключается вероятностный смысл дисперсии? Каковы свойства дисперсии?
8. В чем заключается его вероятностный смысл? Каковы свойства среднего квадратичного отклонения?

– по вопросам, оставшимся нерешенными, обратиться за консультацией к преподавателю.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

## Указания по выполнению самостоятельной работы

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, самопроверка, выполнение домашней контрольной работы.

Задания к домашней контрольной работе по дисциплине «Математика» представлены в 10 вариантах. Студент обязан выполнить тот вариант работы, который по номеру совпадает с его порядковым номером в журнале.

Перед выполнением контрольного задания следует изучить разделы курса по изданиям, которые рекомендуются.

Для повышения усвоения качества теоретического материала предлагаются вопросы для самоподготовки.

Вниманию студентов предлагается образец выполнения типового варианта контрольной работы, который содержит решенные задачи, пояснения к решению, а так же основные понятия и формулы, используемые для решения задач.

## **Требования к оформлению самостоятельной работы**

*При оформлении контрольной работы студент обязан выполнить следующие требования:*

1. Работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, полный шифр группы. В конце работы следует указать дату сдачи работы и подпись студента. По образцу.

2. Контрольные задачи следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях. Перед решением каждой задачи надо полностью переписать ее условия.

3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием необходимых формул, теорем.

4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, выполненными аккуратно. Объяснения к задачам должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.

5. На каждой странице тетради необходимо оставлять поля для замечаний преподавателя.

6. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Не самостоятельно выполненная работа лишает студента возможности проверить степень своей подготовленности по теме. Если преподаватель установит несамостоятельное выполнение работы или решение заданий не своего варианта, то она не будет зачтена.

7. Студент выполняет тот вариант контрольной работы, который совпадает с номером его фамилии в журнале.

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
Московской области  
«Чеховский техникум»

**Домашняя контрольная работа**

По \_\_\_\_\_

(наименование дисциплины, МДК)

Студента группы № \_\_\_\_\_

Специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Ф.И.О. \_\_\_\_\_

Проверил : \_\_\_\_\_

Дата : \_\_\_\_\_

## 2. РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

**Задание №1.** Решить уравнения:

1.  $x^2 + 9 = 0$ ,  $x^2 = -9$ ,  $x = \pm\sqrt{-9}$ ,  $x = \pm\sqrt{9} \cdot \sqrt{-1}$ ,  $x = \pm 3i$ . Ответ:  $\pm 3i$ .

2.  $x^2 + 6x + 10 = 0$

$$D = 36 - 40 = -4 \quad \sqrt{D} = \sqrt{-4} = 2i \quad x_1 = \frac{-6 - 2i}{2} = -3 - i \quad x_2 = -3 + i$$

Представить в тригонометрической и показательной форме числа:

1)  $z = -3 + 3\sqrt{3}i$ . Решение:  $a = -3$ ,  $b = 3\sqrt{3}$ . Значит,  $r = |z| = \sqrt{(-3)^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36} = 6$ . Найдем

$$\varphi_0 = \arctg \left| \frac{3\sqrt{3}}{-3} \right| = \arctg \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}. \quad \text{Поскольку } \frac{\pi}{2} < z < \pi, \quad \text{т. к. } a = - < 0 \text{ и } b > 0, \quad \text{то } \varphi = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}.$$

Поэтому,  $z = 6 \cdot \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right)$  — тригонометрическая форма комплексного числа,

$z = 6 \cdot e^{i \frac{2\pi}{3}}$  — показательная форма комплексного числа.

3.  $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$

так как  $4^{2x} = (4^x)^2$ ,

то уравнение  $2 \cdot (4^x)^2 - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$  представляет квадратное уравнение относительно  $4^x$ .

Пусть  $4^x = t$ , тогда  $2 \cdot t^2 - 17t + 8 = 0$  решаем квадратное уравнение относительно переменной  $t$ .

$$D = 17^2 - 4 \cdot 8 \cdot 2 = 289 - 64 = 225$$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm 15}{4}; \quad t_1 = 8; \quad t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Подставим значения  $t$  в равенство  $4^x = t$

$$4^x = 8 \Rightarrow 2^{2x} = 2^3; \quad 2x = 3; \quad x = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$4^x = \frac{1}{2}; \quad 2^{2x} = 2^{-1}; \quad 2x = -1; \quad x = -\frac{1}{2}$$

Ответ:  $x = 1,5$ ;  $x = -0,5$ .

4.  $\lg(3x - 2) + \lg 2 = 2 - \lg(x + 1)$

Используя определение логарифма, можно число 2 записать  $2 = \lg 100$  и тогда имеем равносильное уравнение  $\lg(3x - 2) + \lg 2 = \lg 100 - \lg(x + 1)$ .

Применим свойства логарифмов и тогда

$$\lg((3x - 2) \cdot 2) = \lg \frac{100}{x + 1}$$

отсюда следует, что

$$2(3x - 2) = \frac{100}{x + 1}$$

решаем уравнение при  $x \neq -1$



$$2(3x-2)(x+1)=100$$

$$(3x-2)(x+1)=50$$

$$3x^2-2x+3x-2=50$$

$$3x^2+x-52=0$$

$$D=1+4\cdot 3\cdot 52=625$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 25}{6}; x_1=4; x_2=-\frac{26}{6}=-\frac{13}{3}$$

потенцирование выражений может привести к появлению посторонних корней, поэтому полученные корни нужно проверить.

Проверка:

$$x=4$$

$$\lg 10 + \lg 2 = \lg 100 - \lg 5$$

$$10 \cdot 2 = \frac{100}{5}$$

$$20 = 20 \text{ верно.}$$

$x = -\frac{13}{3}$  – посторонний корень, так как логарифма отрицательных чисел не существует.

Ответ:  $x=4$ .

## Задание №2 Решить неравенство

1)  $9^{0,5x^2-3} < 27$ , приведем к основанию 3

$$3^{2(0,5x^2-3)} < 3^3, \text{ т.к. } 3 > 1, \text{ то}$$

$$2(0,5x^2-3) < 3$$

$$x^2 - 6 < 3$$

$$x^2 - 9 < 0$$

$$(x-3)(x+3) < 0$$



**Ответ**

$$x \in (-3; 3)$$

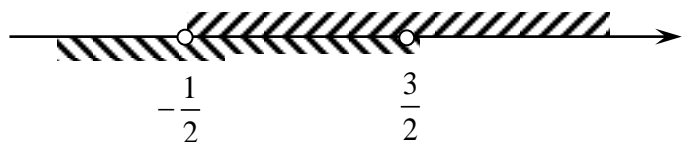
$$1) \log_{\frac{1}{4}}(3-2x) > -1,$$

$$\text{т.к. } -1 = \log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \log_{\frac{1}{4}} 4 > 0$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(3-2x) > \log_{\frac{1}{4}} 4$$

Учитывая, что  $\frac{1}{4} < 1$ , то есть функция убывающая, имеем:

$$\begin{cases} 3-2x < 4 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x < 4-3 \\ -2x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$



Ответ:  $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

3)  $3^{4x-1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27$

показательное неравенство. Приведём обе части неравенства к одинаковому основанию.

$$3^{4x-1} \cdot (3^{-2})^x \geq 3^3$$

$$3^{4x-1} \cdot 3^{-2x} \geq 3^3$$

Используем свойства степени получим

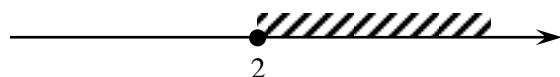
$3^{4x-1-2x} \geq 3^3$ , т.к.  $3 > 1$ , функция возрастающая, то

$$4x - 1 - 2x \geq 3$$

$$2x \geq 4$$

$$x \geq 2$$

Ответ:  $x \in [2; +\infty)$

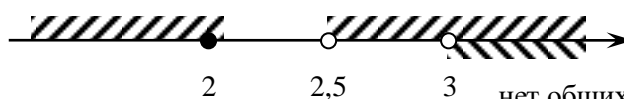


$$x \in [2; +\infty)$$

4)  $\log_3(2x-5) \leq \log_3(x-3)$

Основания одинаковые, причём  $3 > 1$ , следовательно

$$\begin{cases} 2x-5 \leq x-3 \\ 2x-5 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 2,5 \\ x > 3 \end{cases}$$



Ответ: неравенство не имеет решения.

4)  $2^{2x-1} < 2^{x-1} + 1$

Преобразуем неравенство, используя свойства степеней.

$$2^{2x} \cdot 2^{-1} < 2^x \cdot 2^{-1} + 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2^{2x} - \frac{1}{2} \cdot 2^x - 1 < 0$$

$$2^{2x} - 2^x - 2 < 0$$

Введём новую переменную:  $2^x = t$ ,  $t > 0$ . Тогда неравенство принимает вид:

$$t^2 - t - 2 < 0$$

$$(t+1)(t-2) < 0$$



$$-1 < t < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t > -1, \\ t < 2. \end{cases}$$

Вернёмся к исходной переменной. Т.к., в силу области значений показательной функции,  $2^x > 0$  при любом значении  $x$ , то осталось решить второе неравенство системы.

$$2^x < 2^1$$

Основание степени  $a = 2 > 1$ , значит, функция возрастающая, поэтому переходя к сравнению показателей, знак неравенства не меняется.

$$x < 1$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

Ответ:  $(-\infty; 1)$

### Задание №3

**Задача 1.** Из колоды в 36 карт вынимаются одна за другой без возвращения 6 карт. Какова вероятность того, что три них будут «черви».

Решение: Событие  $A$  – из 6 карт три «черви». Тогда число всевозможных исходов  $n = C_{36}^6 = 1947792$ . Число исходов, благоприятствующих событию  $A$ , равно

$$m = C_9^3 \cdot C_{27}^3 = \frac{9!}{3! \cdot 6!} \cdot \frac{27!}{3! \cdot 24!} = 245700. \text{ Таким образом, } p(A) = \frac{245700}{1947792} \approx 0,126.$$

**Ответ:**  $p(A) \approx 0,126$ .

**Задача 2.** В коробке лежат 5 синих, 4 красных, 3 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Найти вероятность того, что это будут карандаши разного цвета.

Решение: Пусть  $A$  – все 3 карандаша будут разного цвета. Тогда число всевозможных исходов  $n = C_{12}^3 = 220$ . Число благоприятных исходов  $m = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60$ .

Вероятность события  $A$  равна  $p(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11} \approx 0,27$ .

**Ответ:**  $p(A) = \frac{3}{11} \approx 0,27$ .

**Задача 3.** Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента равна 0,2; вероятность выхода из строя второго элемента равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) оба элемента выйдут из строя; б) оба элемента будут работать.

Решение. Пусть событие  $A$ - выход из строя первого элемента, событие  $B$ - выход из строя второго элемента. Эти события независимы (по условию).

а) Одновременное появление  $A$  и  $B$  есть событие  $AB$ . Следовательно,

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06.$$

б) Если работает первый элемент, то имеет место событие  $\bar{A}$  (противоположное событию  $A$ - выходу этого элемента из строя); если работает второй элемент- событие  $B$ . Найдем вероятности событий  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8;$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7.$$

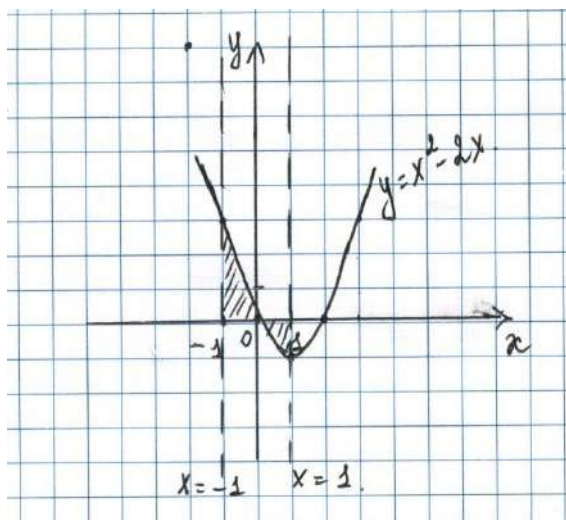
Тогда событие, состоящее в том, что будут работать оба элемента, есть  $\bar{A}\bar{B}$  и, значит,

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56.$$

#### Задание №4

**Задача 1.** Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции  $y = x^2 - 2x$  и прямыми  $x = -1$  и  $x = 1$  и осью  $Ox$ .

Вначале построим фигуру, ограниченную данными линиями:



Искомая площадь находится по формуле  $S = |S_1| + |S_2| = S_1 - S_2$ , следовательно

$$S = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^2 - 2x) dx = \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-1}^0 - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = -\left( \frac{-1}{3} - 1 \right) - \left( \frac{1}{3} - 1 \right) = 2$$

**Ответ:** Площадь искомой фигуры 2 (ед<sup>2</sup>).

**Задача 2.** Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  криволинейной трапеции, ограниченной параболami  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 3 - x^2$ .

Находим точки пересечения парабол, для этого решим уравнение:

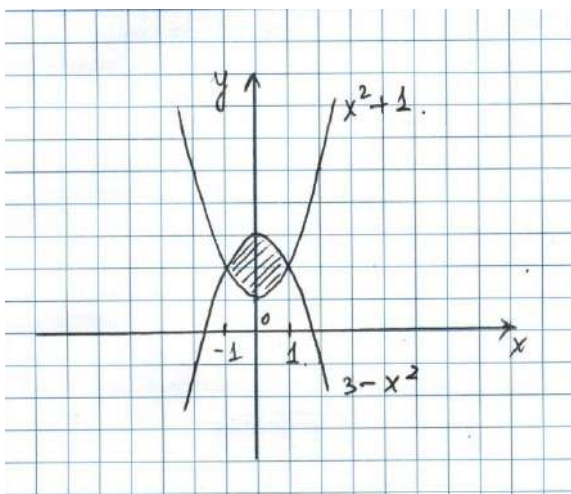
$$x^2 + 1 = 3 - x^2$$

$$2x^2 = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Подставив найденные  $x$  в одно из уравнений находим ординаты точек  $M_1 (-1;2)$  и  $M_2 (1;2)$ .



Объем данного тела получаем как разность объемов  $V = V_2 - V_1$

$$V_2 = \pi \int_a^b y_2^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (3 - x^2)^2 dx$$

$$V_1 = \pi \int_a^b y_1^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (x^2 + 1)^2 dx$$

$$V = V_2 - V_1 = \pi \int_{-1}^1 [(3 - x^2)^2 - (x^2 + 1)^2] dx = \pi \int_{-1}^1 (9 - 6x^2 + x^4 - x^4 - 2x - 1) dx =$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (8 - 8x^2) dx = 8\pi \left( x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{32\pi}{3} \text{ (д.д.}^3)$$

**Ответ:**  $V = \frac{32\pi}{3} \text{ ед}^3$

**Задание № 5.** Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$$

### Метод Крамера

Вычисляем определители

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (2 \cdot 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 2 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 \cdot 3) - (3 \cdot 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 \cdot (-2)) = 7$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -21$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 7 & 2 \\ 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 14$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -7$$

Теперь, воспользовавшись формулами Крамера, найдем значения неизвестных:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-21}{7} = -3 \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{14}{7} = 2 \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-7}{7} = -1$$

Ответ:  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 2$ ;  $x_3 = -1$

### Матричный метод

Выписываем матрицу системы

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Находим обратную матрицу, для чего вычисляем алгебраические дополнения

$$A_{11} = + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -6 - 4 = -10$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 6$$

$$A_{31} = + \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 11$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -(2 - 6) = 4$$

$$A_{22} = + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{13} = + \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2 - 9 = -11$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{33} = + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 10$$

Записываем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -10 & 6 & 11 \\ 4 & -1 & -3 \\ -11 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

Для того, чтобы найти неизвестные умножим обратную матрицу на матрицу-столбец свободных членов.

$$X = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -10 & 6 & 11 \\ 4 & -1 & -3 \\ -11 & 8 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -30 + 42 - 33 \\ 12 + (-7) + 9 \\ -33 + 56 + (-30) \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -21 \\ 14 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ответ:  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 2$ ;  $x_3 = -1$

## Метод Гаусса

Запишем расширенную матрицу системы и начнем ее преобразование.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -2 & -3 \end{array} \right) \quad \text{Умножим вторую строчку на 2 и сложим с первой строчкой.}$$

Первая строка остается неизменной, меняется вторая. Затем умножим первую строку на 3, а вторую – на 2. из первой строки вычитаем третью, и результат записываем в третью строку. Получим следующую матрицу.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 10 & 3 & 17 \\ 0 & 8 & 1 & 15 \end{array} \right)$$

Из второй строки вычтем первую и запишем следующую матрицу

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 10 & 3 & 17 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \quad \text{Умножим третью строку на 5 и из второй строки вычтем первую.}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 10 & 3 & 17 \\ 0 & 0 & -7 & 7 \end{array} \right)$$

Получили треугольную матрицу. Возвращаемся к уравнениям,

используя данную матрицу.

$$-7x_3 = 7, \quad x_3 = \frac{-7}{7} = -1$$

$$10x_2 + 3x_3 = 17$$

$$10x_2 - 3 = 17$$

$$10x_2 = 20$$

$$x_2 = 2$$

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3$$

$$2x_1 + 8 + 1 = 3$$

$$2x_1 = -6$$

$$x_1 = -3$$

**Ответ:**  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 2$ ;  $x_3 = -1$

### Задание №6

**Задача 1.** В прямом параллелепипеде стороны основания 6 м и 8 м образуют угол 30 градусов, боковое ребро равно 5 м. Найти полную поверхность этого параллелепипеда.

Дано:

АВСДА<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>Д<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед

$$AB = 6 \text{ см}$$

$$AD = 8 \text{ см}$$

$$\angle BAD = 30^\circ$$

$$AA_1 = 5 \text{ см}$$

Найти:  $S_{\text{пов}} - ?$

В основании параллелепипеда лежит параллелограмм.

Определим площадь основания параллелепипеда.

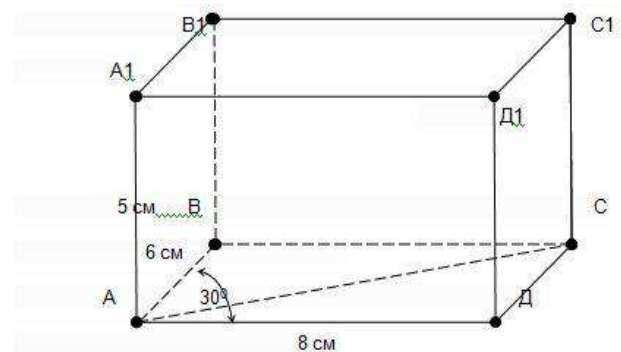
$$S_{\text{осн}} = AB * AD * \sin 30^\circ = 6 * 8 * 1 / 2 = 24 \text{ см}^2.$$

Определим площадь боковой поверхности параллелепипеда.

$$S_{\text{бок}} = P * AA_1, \text{ где } P - \text{периметр основания.}$$

$$P = 2 * (AB + AD) = 2 * 14 = 28 \text{ см.}$$

Решение: рассмотрим рисунок





$$S_{\text{бок}} = 28 * 5 = 140 \text{ см}^2.$$

Определим площадь полной поверхности.

$$S_{\text{пов}} = 2 * S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2 * 24 + 140 = 188 \text{ см}^2.$$

Ответ: Площадь полной поверхности равна 188 см<sup>2</sup>.

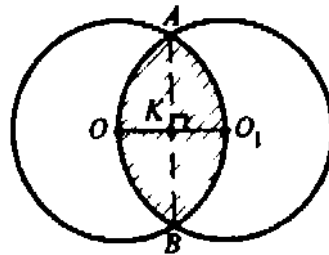
**Задача 2.** Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объем общей части шаров к объему одного шара?

Дано:

Два шара

Найти:  $\frac{V_{\text{общ}}}{V}$  -?

Решение: рассмотрим рисунок



**Решение :**

Сечение шаров проходит через их центры O и O<sub>1</sub>. Хорда AB ⊥ OO<sub>1</sub>, OO<sub>1</sub>=r, r — радиусы шаров.

Общая часть заштрихована и состоит из двух одинаковых шаровых сегментов их объемы:

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3} h \right), \text{ где } h = KO_1 = \frac{1}{2} r, R = r.$$

$$V = \pi \frac{r^2}{4} \left( r - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} r \right) = \frac{\pi r^2}{4} \left( r - \frac{r}{6} \right) = \frac{5\pi r^3}{24}.$$

$$V_{\text{общ}} = 2V = \frac{5\pi r^3}{12}$$

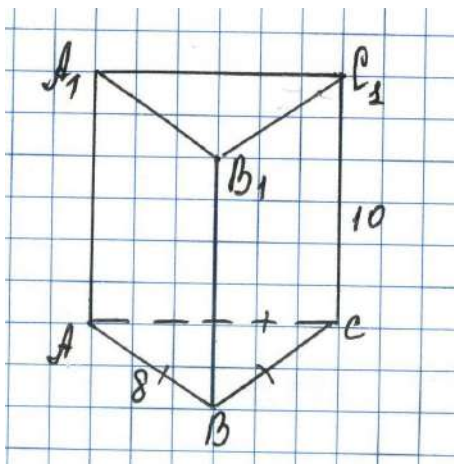
объем шара

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

$$\frac{V_{\text{общ}}}{V} = \frac{5\pi r^3}{12} : \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 12} = \frac{5}{16}.$$

**Задача 3.** Найти площадь полной поверхности и объем призмы, в основании которой лежит правильный треугольник со стороной 8 см. и 4 см. Высота призмы 10 см.

Решение: делаем чертеж и записываем дано.



Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  - призма,

$\triangle ABC$ : правильный

$AB = 8$  см.

$h = 10$  см.

---

Найти:  $S_{\text{пол}}, V$

Решение:  $S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$   
 $V = S_{\text{осн.}} \cdot h$

$$S_{\text{пол.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

Так как в основании лежит правильный треугольник, то находим площадь треугольника по формуле  $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$ , учитывая, что все стороны равны и все углы в треугольнике равны

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$$P = 8 \cdot 3 = 24 \text{ см}$$

$$S_{\text{бок.}} = 24 \cdot 10 = 240 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{пол.}} = 240 + 2 \cdot 16\sqrt{3} = 240 + 32\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$$V = 16\sqrt{3} \cdot 10 = 160\sqrt{3} \text{ см}^3$$

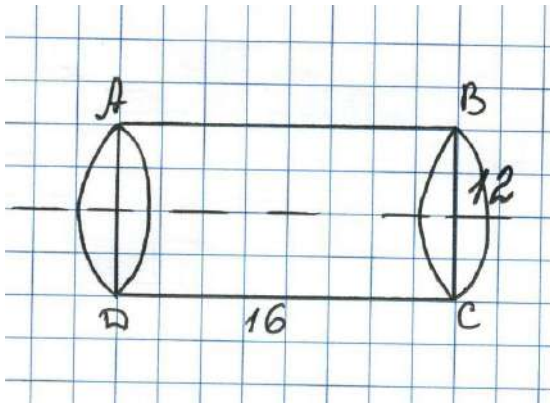
**Ответ:**  $S_{\text{пол.}} = 240 + 32\sqrt{3} \text{ см}^2$        $V = 160\sqrt{3} \text{ см}^3$

**Задача 4.** Найти объем тела вращения, полученного вращением прямоугольника со сторонами 12 см. и 16 см., вокруг прямой, проходящей через середины его меньшей стороны.

Решение: Так как меньшая сторона 12 см., то прямая проходит через эту сторону.

При вращении получим цилиндр. Высота цилиндра 16 см., а радиус 6 см.

Построим чертеж и запишем дано.



Дано: ABCD – прям-к

DC = 16 см.

CB = 12 см.

---

Найти:  $V$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

При вращении прямоугольника получается цилиндр. Так как вращение происходит относительно прямой, проведенной через середины меньших сторон, то радиус цилиндра будет равен 6 см.

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 16 = 576 \text{ см}^3$$

**Ответ:**  $V = 576 \text{ см}^3$

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс  
Вариант №1.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 + 2x + 5 = 0$

2. Решите неравенство:  $5^{x-1} - 5^x < 20$

3. Из партии, в которой 25 изделий, среди которых 6 бракованных, случайным образом выбрали 3 изделия для проверки качества. Найти вероятность того, что, все изделия годные.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$$

6. Квадрат со стороной 3см вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь поверхности тела вращения.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №2.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 - 6x + 18 = 0$

2. Решите неравенство:  $\log_3 x + \log_3(x - 24) \geq 4$

3. Из партии, в которой 25 изделий, среди которых 6 бракованных, случайным образом выбрали 3 изделия для проверки качества. Найти вероятность того, что среди выбранных изделий одно бракованное.

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций  $y = -x^2 + 3$ ,  
 $y = -x + 1$

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$$

6.  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  – прямоугольный параллелепипед, измерения которого равны 8 см, 12 см, 15 см. Найдите объем.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс  
Вариант №3.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 - 4x + 5 = 0$

2. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{x^2-13x+39} > \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-3}$

3. Из партии, в которой 25 изделий, среди которых 6 бракованных, случайным образом выбрали 3 изделия для проверки качества. Найти вероятность того, что все изделия бракованные.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Oх криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

6. Радиус основания цилиндра равен 8см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите площадь поверхности цилиндра.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №4.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 - 10x + 41 = 0$

2. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{6}}(5x - 4) > \log_{\sqrt{5}} 5$

3. Из колоды в 36 карт вынимаются одна за другой без возвращения 7 карт. Какова вероятность того, что четыре из них будут «черви».

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2 + x$ ,  
 $y = -x^2 - x$

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -20 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

6. Найти объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 6 см, 8 см, 10 см и высотой 12 см.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №5.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 - 2x + 10 = 0$

2. Решите неравенство:  $(\sqrt{8})^{4x} \leq 2$

3. В коробке лежат 6 синих, 3 красных, 7 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Найти вероятность того, что это будут карандаши разного цвета.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$$

6. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов – 8 см, вращается вокруг второго катета. Найдите площадь поверхности тела вращения.



Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс  
Вариант №6.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $2x^2 - 2x + 5 = 0$

2. Решите неравенство:  $\log_{\frac{2\pi}{5}}(x^2 + 8x - 12) \geq \log_{\frac{2\pi}{5}}(4x + 9)$

3. В ящике лежат 3 белых и 4 черных одинаковых на ощупь шаров. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба вынутых шара белого цвета.

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2 - 6x + 10$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ ,  $x = 5$

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

6. Найти объем куба, если площадь полной поверхности его равна  $24\text{см}^2$ .

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №7.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 - 4x + 13 = 0$

2. Решите неравенство:  $3^x \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{2x+3} < 9$

3. В ящике лежат 3 белых и 4 черных одинаковых на ощупь шаров. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что вынуты шары разного цвета.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}$$

6. Найдите объем тела, полученного вращением прямоугольного треугольника с катетом 3 см и прилежащим углом  $30^\circ$  вокруг меньшего катета.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №8.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 + 4x + 13 = 0$

2. Решите неравенство:  $\log_4 \frac{9-x}{x+2} < 0$

3. Брошены 3 игральные кости. Какова вероятность того, что на каждой кости выпало число 5?

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 3 - x^2 - 2x$ ,  $y = 0$

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -4 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$$

6. Основанием пирамиды является равносторонний треугольник со стороной 8 см. Высота пирамиды 15 см. Найдите объем пирамиды.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс

Вариант №9.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $x^2 + 2x + 17 = 0$

2. Решите неравенство:  $64 > \frac{1}{4^{7x-9}}$

3. В ящике лежат 3 белых и 4 черных одинаковых на ощупь шаров. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба вынутых шара черного цвета.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x + 1$ ,  $y = 1$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 13 \end{cases}$$

6. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$ . Найдите объем цилиндра.

Контрольная работа  
по учебной дисциплине: Математика 1 курс  
Вариант №10.

1. Решите уравнение, запишите ответ в алгебраической и тригонометрической формах, изобразите на плоскости:  $\log_2(6 - x^2) = \log_2 5x$

2. Решите неравенство:  $\log_5(4 - 3x) \geq 1$

3. Среди 20 деталей, лежащих в ящике, 3 детали бракованные. Наугад вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе детали оказались бракованными.

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции  $y = -(x-1)^3$ , прямой  $x = 0$  и осью  $Ox$ .

5. Решить систему линейных уравнений тремя способами (метод Крамера, метод Гаусса и матричный метод)

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

6. Дана правильная треугольная призма. Сторона основания 17см, высота призмы равна 20см. Найдите объем призмы.

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ УЧЕБНЫХ ИЗДАНИЙ, ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, ИНЕРНЕТ-РЕСУРСОВ.

### Основные источники:

1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике. – М., Высшая школа. 2008, - 495с.
2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – 614 с.
3. Дадаян А.А. Сборник задач по математике: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – с.490-507с.
4. Шарыгин И.Ф. Геометрия (базовый уровень) 10—11 кл.: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М., 2008 год.
5. Математика: учеб. пособие / В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова. – изд. 5-е, стер.- Ростов н/Д:Феникс, 2011.380с.- (Среднее профессиональное образование)
6. Высшая математика для студентов экономических, технических, естественнонаучных специальностей вузов: учеб. пособие / И.В. Виленкин, В.М. Гробер. – Ростов н/Д; Феникс, 2005. 414 с.
7. Федеральные государственные образовательные стандарты среднего профессионального образования (ФГОС СПО).

### Дополнительные источники:

1. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 11 кл. – М., 2006.
2. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 кл. – М., 2006.
3. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М., 2005.

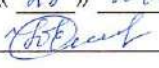
### Электронные ресурсы:

1. Интернет-сайт «Справочник по математике».  
Форма доступа: [www.terver.ru](http://www.terver.ru)
2. Интернет-сайт «Справочник формул по алгебре и геометрии»  
Форма доступа: [www.pm298.ru](http://www.pm298.ru)
3. Интернет-сайт «Математика on-line. В помощь студенту».  
Форма доступа: [www.mathem.h1.ru](http://www.mathem.h1.ru)
4. Интернет-сайт «Вся элементарная математика».  
Форма доступа: [www.bymath.net](http://www.bymath.net)

Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Техническая механика

Методические указания и контрольные задания для студентов – заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании предметной комиссии дисциплин механического цикла  
протокол № 1 от «28» августа 2020 г.  
Председатель ПЦК  Ю.Е. Олисова

Согласовано с методистом  
 Ю.А. Попова  
от «28» августа 2020г.

с. Новый Быт, 2020 г.

---

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Техническая механика.

по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Евлахова Наталия Константиновна, зав.отделением, преподаватель



## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Техническая механика является важным общетехническим предметом, состоящим из трех разделов: теоретическая механика, сопротивление материалов и детали машин.

Учебная программа технической механики предусматривает изучение общих законов равновесия и движения материальных тел; основных методов расчета на прочность, жесткость и устойчивость отдельных деталей, узлов машин, либо строительных конструкций; изучение устройства, области применения и основ проектирования деталей машин.

Все знания и умения, полученные учащимися при изучении технической механики, найдут применение при решении технических задач в процессе изучения специальных предметов, а также в процессе практической работы при проектировании производства и эксплуатации различных машин и оборудования.

Изучать курс технической механики необходимо в строгом порядке, предусмотренном программой. Это обеспечит систематичность получаемых знаний и логическую связь между различными разделами и темами предмета. Изучение учебного материала должно предшествовать выполнению контрольной работы.

Следует придерживаться такой последовательности изучения материала: ознакомиться с содержанием программы и подобрать рекомендуемую учебную литературу; изучить материал каждой темы задания, разобраться в основных понятиях, определениях, законах, правилах, следствиях и их логической взаимосвязи.

После того, как материал задания изучен, можно приступить к выполнению контрольной работы. Задачи контрольной работы даны в последовательности тем программы и поэтому должны решаться постепенно, по мере изучения материала.

В контрольную работу включено 4 задачи по 10 вариантов каждой задачи.

Вариант контрольного задания определяется по последней цифре шифра (номера личного дела) учащегося.

Учебными планами заочного обучения предусмотрено выполнение учащимися нескольких практических заданий. Эти работы выполняются в период учебно-экзаменационной сессии.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

В рекомендованной литературе студенты найдут достаточное число примеров решения задач, подобных тем, которые включены в контрольное задание. Поэтому ниже будут даны лишь необходимые краткие методические указания к решению задач контрольной работы.

Первую задачу контрольной работы следует решить после изучения тем:

**Основные положения и аксиомы статики;**

**Плоская система сходящихся сил;**

**Пара сил;**

**Момент силы относительно точки;**

**Плоская система произвольно расположенных сил.**

Во всех этих задачах требуется определить реакции опор балки.

Учащимся необходимо приобрести прочные навыки определения реакций опор балок, т.к. с этого начинается решение многих задач по сопротивлению материалов и по деталям машин.

**Задачу рекомендуется решать в такой последовательности:**

1) изобразить балку вместе с нагрузками на рисунке, соблюдая при этом заданные размеры участков и угла  $\alpha$ ;

2) выбрать расположение осей координат ( в данном случае целесообразно ось  $X$  совместить с балкой, а ось  $Y$  - направить ей перпендикулярно);

3) освободить балку от связей (в точках  $A$  и  $B$ ), заменив эти связи их реакциями, так как направление реакции неподвижного шарнира заранее неизвестно, то эту реакцию следует заменить двумя составляющими, направленными вдоль выбранных осей координат, реакция стержня  $BC$  направлена вдоль его оси;

4) составить уравнения равновесия  $\sum X_i = 0$  – алгебраическая сумма проекций на ось  $X$  равна нулю;

$\sum M_A(F_i) = 0$  – алгебраическая сумма моментов относительно точки  $A$  равна нулю и  $\sum M_B(F_i) = 0$  – алгебраическая сумма моментов относительно точки  $B$  равна нулю;

5) решая систему уравнений, определить значения искомых реакций;

6) обязательно проверить правильность решения задачи, для чего составить уравнение проекций всех сил на ось  $Y$  ( $\sum Y_i = 0$ ); если при подстановке числовых значений заданных и найденных величин образуется тождество  $0=0$ , то задача решена правильно, если этого тождества не образуется, то надо искать ошибку в решении.

Вторую задачу контрольной работы следует решать после изучения темы:

**Центр тяжести.**

Во всех этих задачах требуется определить координаты центра тяжести однородной пластинки.

Навыки определения положения центра тяжести плоских фигур или сечений необходимы для успешного решения многих практических задач в технике.

### **Порядок решения задачи:**

- 1) Заданную фигуру разделить на минимально возможное число, составляющих её, простых фигур (частей).
- 2) Вычислить площади составляющих простых фигур, а также общую площадь всей фигуры (площадь отверстий берется со знаком “-“).
- 3) Выбрать координатные оси и определить координаты центров тяжести всех простых фигур.
- 4) Вычислить координаты центра тяжести всей фигуры.

Положение центра тяжести плоской фигуры определяется по формулам:  
 $X_c = \sum A_i X_i / \sum A_i$  ;  $Y_c = \sum A_i Y_i / \sum A_i$  ;

Где  $X_c$  и  $Y_c$  – искомые координаты центра тяжести фигуры;

$X_i$  и  $Y_i$  – координаты центров тяжести составных частей фигуры, которые определяют непосредственно из заданных размеров;

$A_i$  – площади составных частей, которые определяются исходя из тех же размеров.

- 5) Обозначить на чертеже центр тяжести всей фигуры.

Третья задача может быть успешно решена после усвоения тем:

### **Основные положения и задачи сопротивления материалов;**

#### **Растяжение и сжатие.**

Прежде чем приступить к решению, учащийся должен научиться хорошо владеть методом сечений для определения внутренних силовых факторов. Задача требует от студента умения строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений и определять удлинение или укорочение бруса.

#### **Порядок выполнения задачи:**

- 1) Разбиваем брус на отдельные участки, начиная от свободного конца. Границы определяем точками приложения внешних сил и линиями изменения поперечного сечения.
- 2) Проводя мысленно сечения на каждом участке, и отбрасывая отсечённые части бруса, определяем продольные силы в его поперечных сечениях без вычисления опорных реакций в заделке.
- 3) Строим эпюры продольных сил ( $N$ ).
- 4) Определяем напряжения для каждого участка в поперечных сечениях бруса. Для этого нужно разделить значения продольных сил на площади этих сечений.
- 5) Строим эпюры нормальных напряжений ( $\sigma$ ).
- 6) Определяем удлинение или укорочение бруса

Удлинение или укорочение бруса определяется по формуле Гука  $\Delta l = N_l / E_A$  и эта часть задачи может быть решена тремя способами:

- а) с помощью закона независимости действия сил :  $\Delta l = F_l / E_A$ ;
- б) с использованием построенной эпюры продольных сил :  $\Delta l = N_l / E_A$ ;

с) с использованием построенной эпюры нормальных напряжений:  $\Delta l = \sigma l / E$ , где

$\Delta l$  - абсолютное удлинение (укорочение) бруса;

$l$  - его первоначальная длина;

$F$  - заданная нагрузка на брус;

$E$  - модуль продольной упругости (модуль упругости I рода);

$A$  – площадь поперечного сечения.

Удлинение (укорочение) бруса определяется для каждого участка ( $\Delta l_1$ ;  $\Delta l_2$ ;  $\Delta l_3$ ).

Полное удлинение (укорочение) бруса равно алгебраической сумме удлинений  $\Delta l_1$ ,  $\Delta l_2$  и  $\Delta l_3$ :

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

**Единица измерения напряжения – паскаль (Па).**

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$$

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$$

В четвертой задаче необходимо рассчитать двухопорную стальную балку, т.е. балку из

пластичного материала, на «изгиб» и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов .

Поэтому приступать к решению задачи необходимо только после изучения темы: **Изгиб**.

**Решать задачу рекомендуется в такой последовательности:**

- 1) определить реакции опор балки ( для определения реакций опор рекомендуется использовать два уравнения моментов – одно относительно левой опоры, второе относительно правой:  $\sum M_a = 0$  и  $\sum M_b = 0$  ), а затем обязательно проверить правильность решения по уравнению проекций на ось, перпендикулярную балке ( $\sum F_i y = 0$ );
- 2) разбить балку на участки, границы участков определить точками приложения внешних сил;
- 3) применяя метод сечения на каждом участке, вычислить поперечные силы;
- 4) построить эпюру поперечных сил;
- 5) построить эпюру изгибающих моментов ( для построения эпюр целесообразно использовать метод построения по характерным точкам);

## **ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

Примерный перечень практических занятий имеет рекомендательный характер. Проведение практических занятий предусматривает целью закрепление теоретических знаний и приобретение необходимых практических умений по программе учебной дисциплины.

- 1) Решение задач на различные виды движения твердого тела.
- 2) Расчет передаточного числа многоступенчатой зубчатой передачи.

# **ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ: «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА» С ПЕРЕЧНЕМ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

## **Раздел 1. Теоретическая механика.**

### **Статика.**

Тема 1.1. Основные положения и аксиомы статики

Литература: Л-1 и Л-2, Введение и гл.1.

Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил

Литература: Л-1 или Л-3, гл.2; Л-6 гл.2.

Тема 1.3. Пара сил. Момент силы относительно точки.

Литература: Л-1, гл.3; Л-6, § 10-3 (задачи 51-10 - 57-10).

Тема 1.4. Трение.

Литература: Л-1, гл.5, § 73.

Тема 1.5 Центр тяжести.

Литература: Л-1, гл.5 или Л-3, гл.6; Л-6, гл.5

### **Кинематика.**

Тема 1.6. Основные понятия кинематики. Кинематика точки. Виды движения точки, твердого тела.

Литература: Л-1, гл.14 или Л-3, гл.7; Л-6, гл.6, § 27-6 - 31-6.

### **Динамика.**

Тема 1.7. Основные понятия и аксиомы динамики. Работа и мощность при различных видах движения.

Литература: Л-1, гл.15 § 67, 69-72 или Л-3, гл.10; Л-6, § 41-10.

Тема 1.8. Количество движения. Импульс силы. Общие теоремы динамики. Момент инерции.

Литература: Л-1, гл.15 § 74-79 или Л-3, гл.12.

## **Раздел II. Сопротивление материалов**

Тема 2.1. Основные положения. Растяжение и сжатие.

Литература: Л-1, гл.6 и 7; Л-3, гл.1 (Раздел второй)

Тема 2.2. Практические расчеты на срез и смятие.

Литература: Л-1, гл.8 или Л-3, гл.3 § 2.12, 2.13.

Тема 2.3. Кручение. Изгиб. Расчеты на прочность и жесткость.

Литература: Л-1, гл.9, 10, Л-3, гл.4.

## **Раздел 3. Детали машин.**

Тема 3.1. Основные положения. Основные виды соединений.

Литература. Л-1, гл.16, 17.

Тема 3.2. Фрикционные передачи.

Литература: Л-1, гл.20, Л-3, гл.6.

Тема 3.3. Зубчатые передачи.

Литература: Л-1, гл.21, или Л-3, гл.8.

Тема 3.4. Валы. Оси. Муфты. Опоры.

Литература: Л-1, гл.27 или Л-3, гл.9.

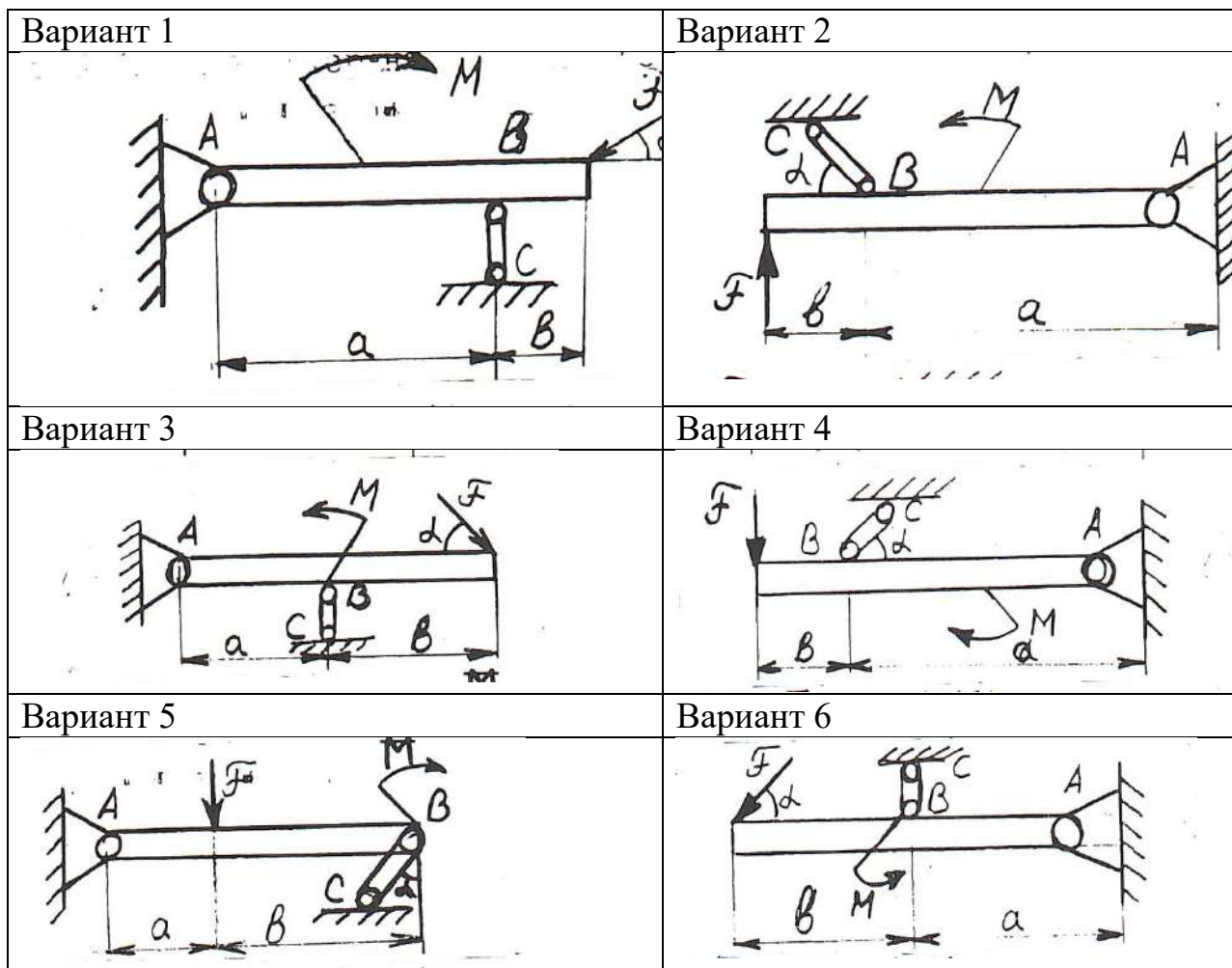
Тема 3.5. Ременные и цепные передачи..

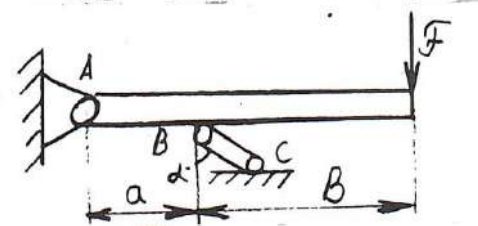
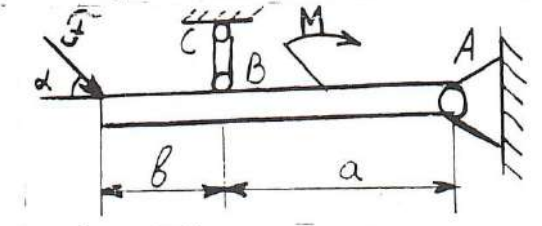
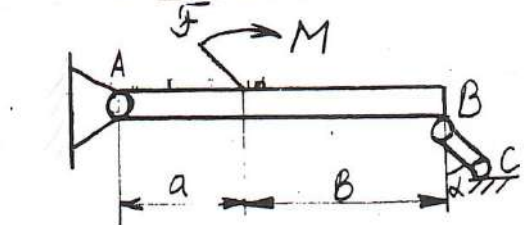
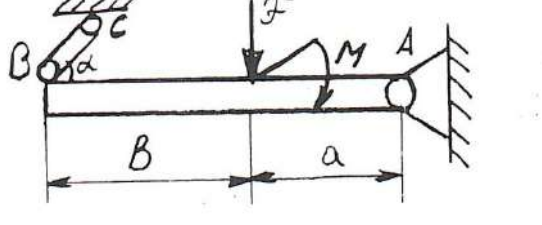
Литература: Л-1, гл.23, 24.

## ЗАДАЧА 1

Балка, шарнирно закрепленная в точке А и удерживаемая в горизонтальном положении стержнем ВС нагружена, как показано на схеме силой F и парой сил с моментом M. определить реакции шарнира А и стержня ВС. Силой тяжести балки и стержня пренебречь.

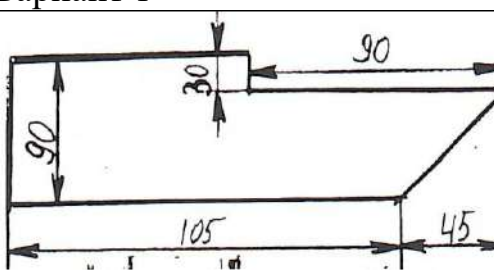
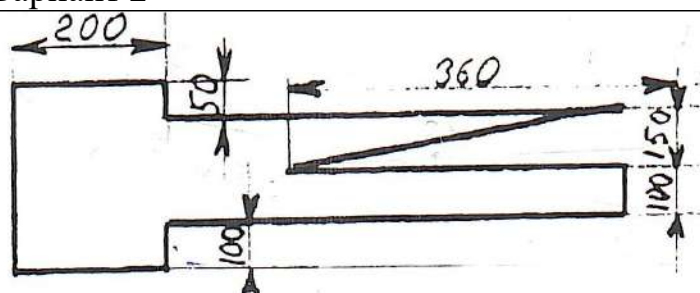
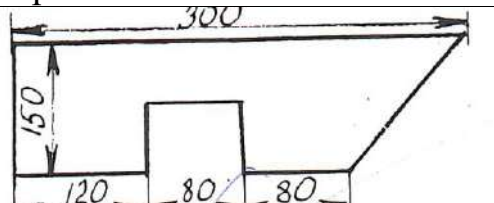
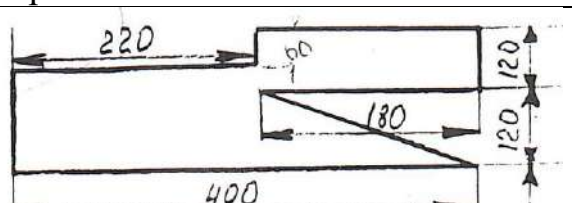
№ варианта	a, м	b, м	F, Кн	M, Кнм	$\alpha$ , град
1	2	0,8	0,8	6	45
2	3	1	2	5	40
3	2	1	2	4	55
4	3	1	3	4	50
5	2	2	8	6	30
6	3	1	3	4	70
7	2	1	4	4	40
8	2	1	6	8	40
9	4	6	10	4	60
10	1	1	2	3	45

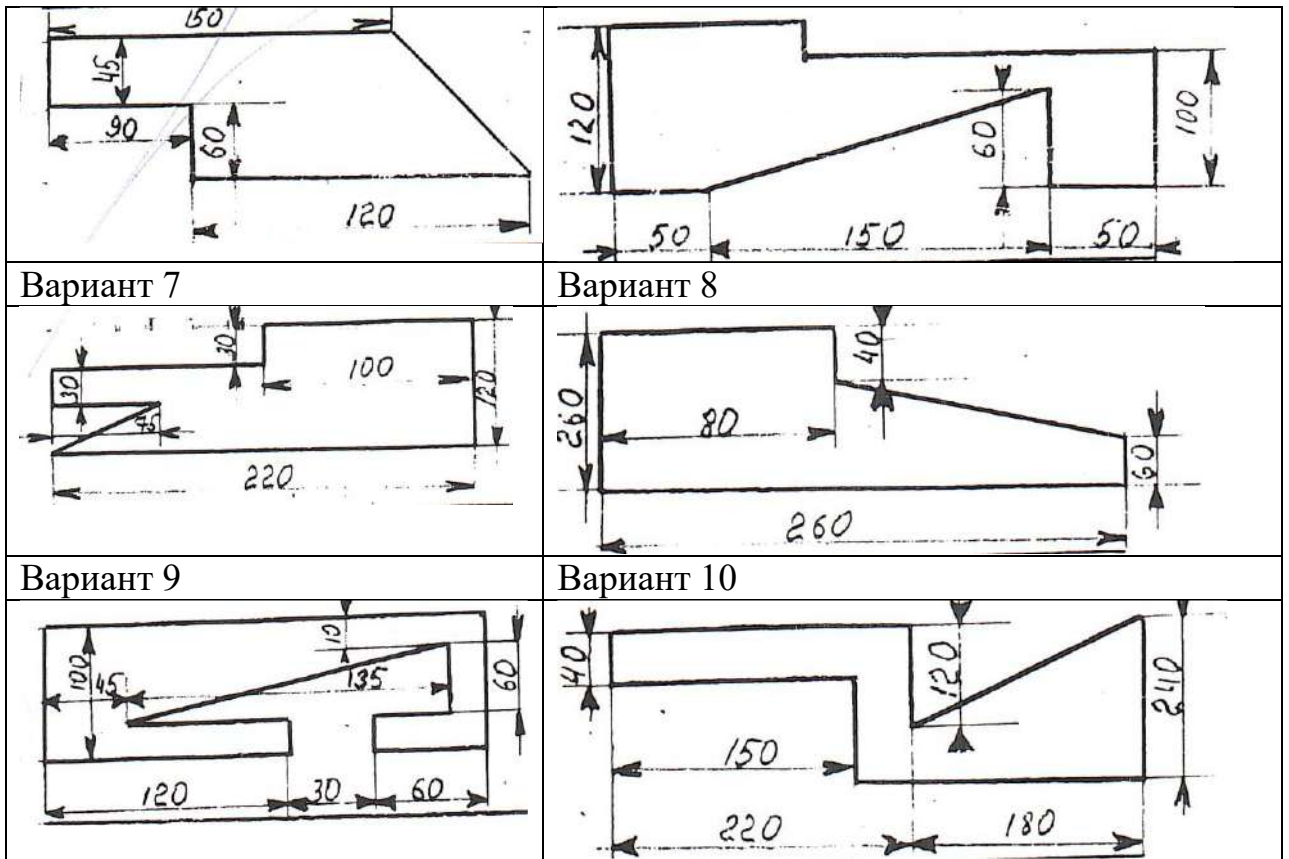


<p>Вариант 7</p> 	<p>Вариант 8</p> 
<p>Вариант 9</p> 	<p>Вариант 10</p> 

## ЗАДАЧА 2

Определить положение центра тяжести тонкой однородной пластинки, форма и размеры которой в миллиметрах показаны на рисунке.

<p>Вариант 1</p> 	<p>Вариант 2</p> 
<p>Вариант 3</p> 	<p>Вариант 4</p> 
<p>Вариант 5</p>	<p>Вариант 6</p>



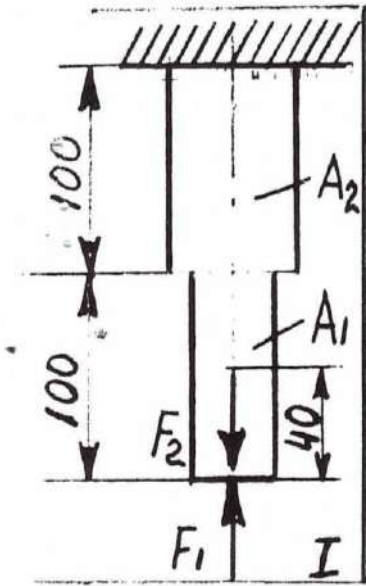
### ЗАДАЧА 3

Двухступенчатый стальной брус, длины ступеней указаны на схеме, нагружен силами  $F_1$  и  $F_2$ . Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение  $\Delta l$  нижнего торцового сечения бруса, приняв  $E=2 \times 10^5$  МПа. Числовые значения  $F_1$  и  $F_2$ , а также площади поперечных сечений ступеней  $A_1$  и  $A_2$  взять из таблицы.

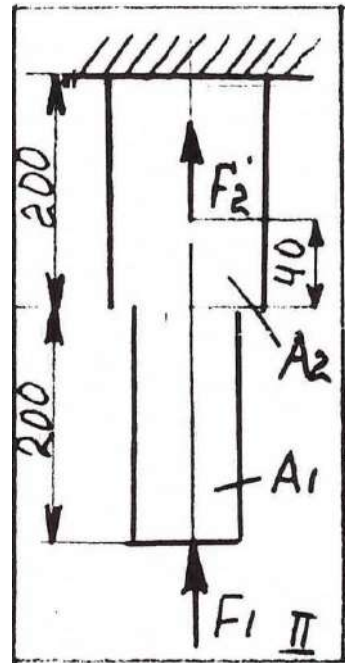
№ варианта	$F_1$ , Кн	$F_2$ , Кн	$A_1$ , см <sup>2</sup>	$A_2$ , см <sup>2</sup>
1	18	30	1,2	2,5
2	12	10	0,9	2,4
3	6	14	6,5	1,5
4	12	39	4,0	4,5
5	15	35	3,0	2,5
6	20	40	1,5	3,8
7	28	50	2,0	4,2
8	6	12	3,0	2,5
9	12	30	2,5	2,0
10	48	12	3,6	2,4



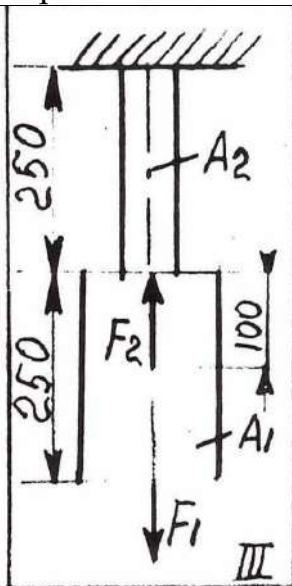
Вариант 1



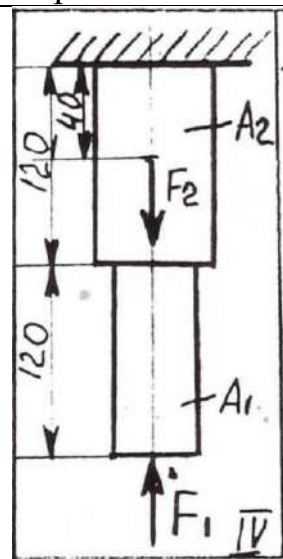
Вариант 2



Вариант 3

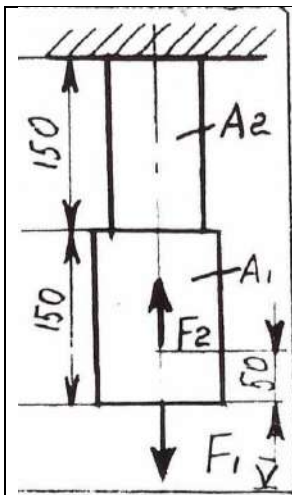


Вариант 4

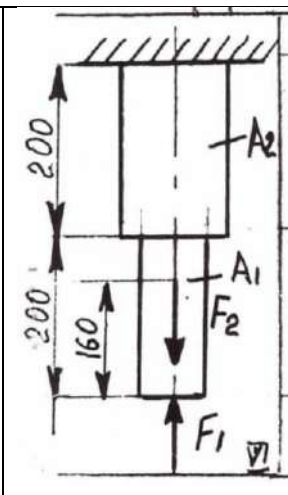


Вариант 5

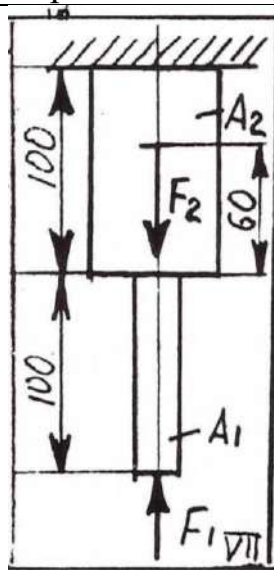
Вариант 6



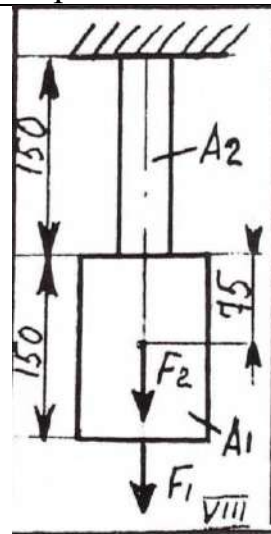
Вариант 7



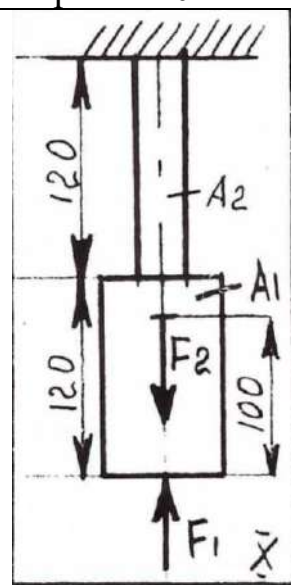
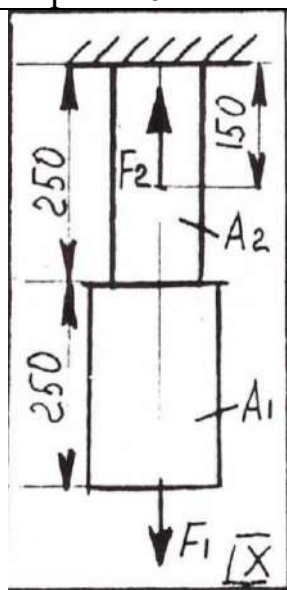
Вариант 8



Вариант 9



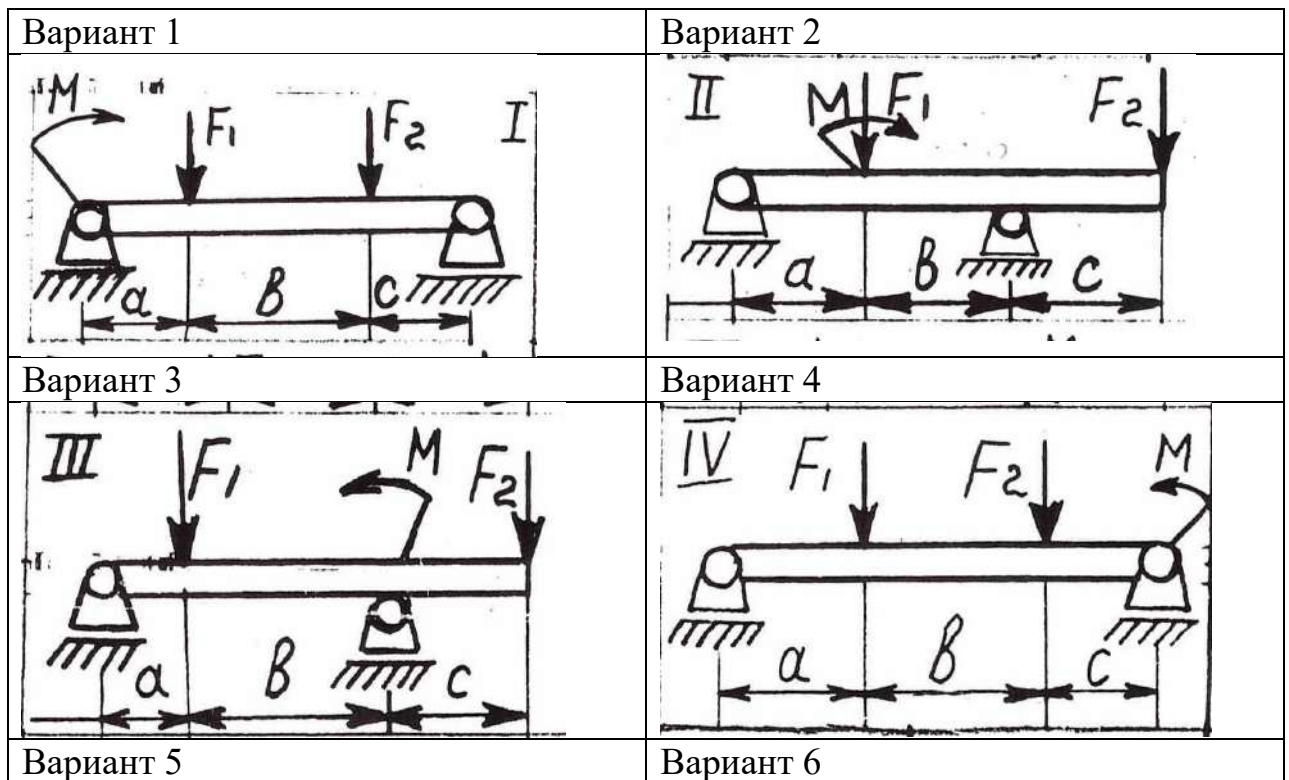
Вариант 10

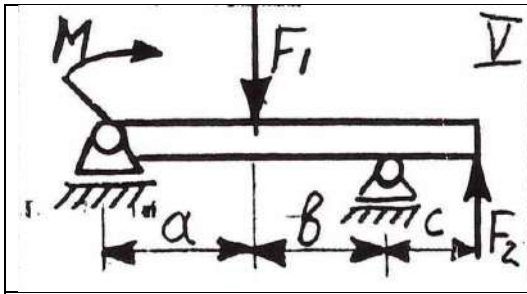


### ЗАДАЧА 4

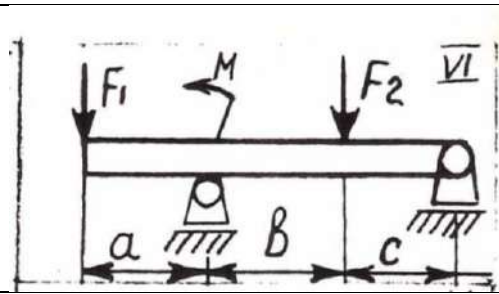
Для двухопорной балки, нагруженной, как показано на схеме, силами  $F_1$  и  $F_2$  и парой сил с моментом  $M$ , определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов.

№ варианта	a, мм	b, мм	c, мм	$F_1$ , Кн	$F_2$ , Кн	$M$ , Кнм
1	2	2	1	20	10	12
2	1	3	0,5	20	1	0,6
3	1	2	2	12	20	6
4	1	1,5	2	4	2	5
5	2	2	0,5	15	8	14
6	1,5	2,5	2	10	20	8
7	1	1,5	2	10	12	10
8	0,5	1	3	8	10	4
9	2	2	1	15	10	8
10	1	2	2	6	18	6

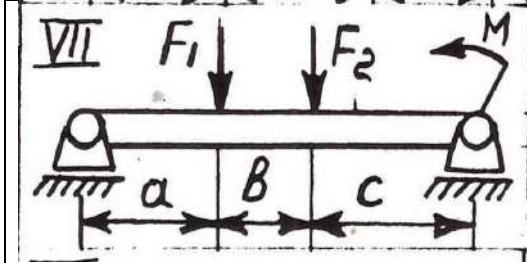




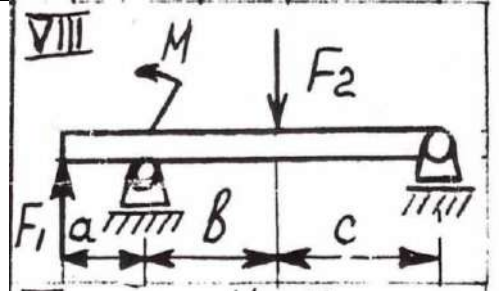
Вариант 7



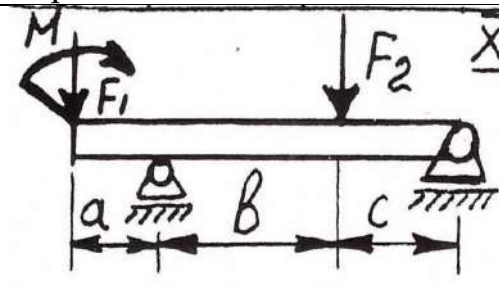
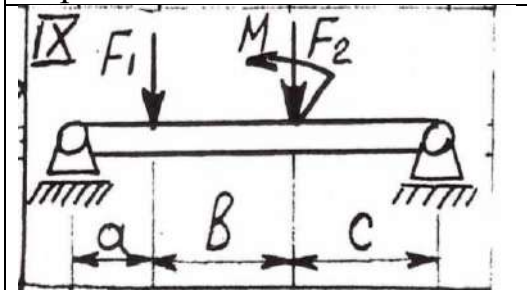
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Химия

Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин  
протокол № 2 от 2 сентября 2020 г.  
Председатель ПЦК Федина Т. ( М.С.Сыщикова О.В. )

Согласовано с методистом  
Сид ( Сидорова Ю.А. )  
От С.А. Сидорова 2020г.

с. Новый Быт, 2020 г.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Химия по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Попова Юлия Анатольевна, преподаватель химии

## **ВВЕДЕНИЕ**

Учебная дисциплина «Химия» является естественнонаучной, формирующей базовые знания, необходимые для освоения специальных дисциплин.

Изучение учебной дисциплины «Химия» базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин «Физика», «Общая химия», «Органическая химия».

Изучение учебной дисциплины «Химия» обеспечивает студентов знаниями, необходимыми для понимания физико-химической сущности технологических процессов производства продовольственных товаров.

Учебная дисциплина состоит из пяти разделов: «Общая химия», «Физическая химия», «Коллоидная химия», «Органическая химия», «Аналитическая химия».

Изучение учебной дисциплины проводится в соответствии с особенностями современной педагогической технологии, основанной на использовании возможностей прикладных программных средств учебного назначения.

Для проведения используются комбинированные занятия, работа с методическими и справочными материалами, применяются технические средства обучения и вычислительная техника.

В содержании учебной дисциплины по каждой теме приведены требования к формируемым знаниям и умениям.

## **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.**

### **Основные источники (ОИ):**

1. Ю.Н. Глубоков, В.А. Головачева, 2019 «Аналитическая химия»
2. Т.Н. Захарова, Н.А. Головлева, 2018 г. «Органическая химия»
3. Сладков С. А., Остроумов И. Г., Габриелян О. С., Лукьянова Н. Н. Химия для профессий и специальностей технического профиля. Электронное приложение (электронное учебное издание) для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

### **Дополнительные источники (ДИ):**

1. Остроумов И. Г., Габриелян О. С., Лукьянова Н. Н. «Химия для профессий и специальностей технического профиля», 2011
2. С.В. Горбунцова «Физическая и коллоидная химия: учебное пособие», 2006

## ***МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.***

Приступая к изучению химии, студентам следует обратить внимание на общие вопросы данной дисциплины, освещенные во введении и начальных главах учебной литературы; разобраться с основными понятиями и терминами; сформировать задачи дисциплины.

Глубокое освоение теоретических основ курса является необходимым условием успешного выполнения лабораторного практикума в период лабораторно-экзаменационной сессии. Изучать теоретический материал следует в определенной последовательности: сначала ознакомиться по программе с содержанием темы, а затем, пользуясь методическими указаниями, приступить к ее изучению. Изучение каждой темы заканчивается вопросами для самоконтроля и решением задач, помещенных после методических указаний.

В процессе изучения курса химии студенты должны выполнить одну контрольную работу, выявляющую степень усвоения проработанного по учебнику материала.

## ***РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХИМИЯ.***

### **Тема 1.1 Основные понятия и законы химии.**

Представления о строении вещества. Валентность. Химические формулы. Закон постоянства состава. Расчеты по химическим формулам. Закон сохранения массы. Состав, названия и характерные свойства основных классов неорганических соединений. Современная формулировка периодического закона и структура таблицы Д.И. Менделеева.

*Литература Д И 1 стр.18-22*

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Сформулируйте закон постоянства состава и закон сохранения массы.
2. Как практически используются законы постоянства состава и закон сохранения массы?
3. Что выражает химическая формула и что химическое уравнение?
4. Как изменяются свойства элементов с увеличением порядкового номера?



## **РАЗДЕЛ 2. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ.**

### **Тема 2.1. Агрегатные состояния. Основные свойства газов, жидкостей и твердых тел.**

Общая характеристика газообразного состояния вещества. Уравнение для идеального газа. Сжижение газов.

Характеристика жидкого состояния вещества. Поверхностное натяжение. Вязкость жидкостей. Определение относительной вязкости молока.

Характеристика твердого состояния вещества. Кристаллическое и аморфное состояние. Типы кристаллических решеток.

Понятие о плазме.

*Литература ДИ 2 стр.11- 15*

*Вопросы для самопроверки*

- 1.Что такое физическая химия?
- 2.От каких условий зависит агрегатное состояние вещества?
- 3.Что такое «идеальный газ»?
- 4.Чем объясняется поверхностное натяжение и вязкость жидкостей?
- 5.Какие типы кристаллических решеток существуют?

### **Тема 2.2. Химическая термодинамика.**

Основные понятия и определения термодинамики; сущность энтальпии и энтропии; закон Гесса и его следствия. Первый закон термодинамики. Термохимия. Внутренняя энергия. Расчет тепловых эффектов реакций. Термохимические расчеты.

*Литература ДИ 2 стр. 34-43*

*Вопросы для самопроверки*

1. Приведите примеры термодинамических систем, имеющих различную окружающую среду.
2. Какие признаки имеет экзотермическая реакция? Приведите примеры.
3. Для чего нужны значения теплот химических реакций?

### **Тема 2.3. Химическая кинетика. Катализ.**

Скорость химических реакций. Факторы, влияющие на скорость химических реакций. Скорость реакции в гетерогенных системах. Цепные реакции. Закон действующих масс; правило Вант-Гоффа. Расчет изменения скорости реакции.

Катализ. Виды катализа. Ферментативный катализ.

*Литература ДИ 2 стр. 89-110*

*Вопросы для самопроверки*

1. Чем измеряется скорость химической реакции?
2. Какие факторы влияют на скорость химической реакции?
3. Приведите примеры каталитических реакций.
4. Во сколько раз увеличится скорость реакции, если увеличить температуру с  $40^{\circ}\text{C}$  до  $80^{\circ}\text{C}$ ?

#### **Тема 2.4. Фазовые равновесия. Растворы.**

Основные фазовые переходы; положения теории растворов; законы Вант-Гоффа, Рауля; свойства растворов.

Расчет давления пара растворителя над раствором; осмотического давления; температуры замерзания, кипения с использованием законов Вант-Гоффа и Рауля.

*Литература ДИ 2 стр. 66-73*

*Вопросы для самопроверки*

1. Как влияет на взаимную растворимость двух жидкостей введение в систему третьего компонента?
2. Что такое процесс экстракции? Какую роль он играет в пищевой промышленности? Приведите пример.
3. Как можно понизить давление осмотического пара?

#### **Тема 2.5. Закономерности протекания химических реакций.**

Необратимые и обратимые реакции. Химическое равновесие. Сдвиг химического равновесия под действием различных факторов. Принцип Ле-Шателье.

*Литература ДИ 1 стр. 105-106*

*Вопросы для самопроверки*

1. Какие реакции называются обратимыми и какие необратимыми?
2. Что называется химическим равновесием?
3. Как давление, концентрация и температура влияют на химическое равновесие?

### ***РАЗДЕЛ 3. КОЛЛОИДНАЯ ХИМИЯ.***

#### **Тема 3.1 Коллоидные системы. Свойства и коагуляция коллоидных систем.**

Основные методы получения и очистки коллоидных систем; молекулярно-кинетические и оптические свойства коллоидных систем; виды устойчивости коллоидных систем; механизм коагуляции.

Строение мицеллы гидрозоля.

*Литература ДИ 2 стр. 163-170*

*Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определения следующим понятиям: золь, эмульсия, гель, броуновское движение, седиментация.
2. Какие признаки характеризуют дисперсные системы?
3. Как связана дисперсность с размером частиц?
4. Чем отличаются лиофобные системы от лиофильных?

#### **Тема 3.2 Растворы ВМС.**

Свойства растворов ВМС; свойства студней и их значение; сущность процесса набухания; сущность процесса студнеобразования; синерезис.

*Литература ДИ 2 стр. 195-221*

*Вопросы для самопроверки*

1. По какому признаку вещества относят к высокомолекулярным соединениям?
2. В чем особенности строения молекул ВМС ?
3. Приведите примеры ВМС, входящих в состав пищевых продуктов.
4. Что такое набухание? Какие стадии в нем различают?

#### **Тема 3.3 Поверхностные явления.**

Сущность процессов сорбции и адсорбции; различные виды адсорбции; зависимость величины адсорбции от термодинамических факторов.

*Литература ДИ 2 стр. 137-141*

*Вопросы для самопроверки*

1. В каких явлениях природы наблюдается существование поверхностной энергии?
2. Чем отличается адсорбция от абсорбции?
3. Какие вещества называют поверхностно-активными?
4. Почему при некоторых пищевых отравлениях рекомендуется принимать таблетки активированного угля?

### **Тема 3.4 Дисперсные системы.**

Классификация дисперсных систем; классификация микрогетерогенных систем; свойства эмульсий, суспензий, порошков, пен и методы их получения и разрушения.

*Литература ДИ 2 стр. 244-258*

*Вопросы для самопроверки*

1. Чем отличаются грубодисперсные и микрогетерогенные системы от коллоидных систем?
2. Что представляет собой суспензия?
3. Что представляет собой эмульсия?
4. Какие дисперсные системы называют пенами?
5. Что такое аэрозоли?

## **РАЗДЕЛ 4. ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ.**

### **Тема 4.1 Источники получения органических веществ.**

Развитие органической химии как науки; особенности органических соединений; источники углеводородного сырья; экологические проблемы химической промышленности.

*Литература ОИ 2 стр.3-5, стр. 112*

*Вопросы для самопроверки*

1. В чем причина многообразия органических веществ?
2. Что такое изомерии и гомология?

3. Каковы источники получения органических веществ?

**Тема 4.2. Основные классы органических соединений.  
Классификация химических реакций.**

Классификация органических веществ; классификация химических реакций.

Определение класса органических веществ по функциональной группе; определение свойств органических веществ по функциональной группе.

*Литература ОИ 2 стр.29-205*

*Вопросы для самопроверки*

1. Какова классификация органических веществ?
2. Укажите функциональные группы всех классов органических веществ.
3. Для каких классов органических соединений характерны только реакции замещения и почему?

**Тема 4.3. Химия ВМС.**

Классификация белков и углеводов; строение белковой молекулы; свойства белков и углеводов; изменение белков и углеводов в процессе хранения при производстве продовольственных товаров.

*Литература ОИ 2 стр.252-336*

*Вопросы для самопроверки*

1. Укажите, какие основные химические реакции лежат в основе синтеза полимеров?
2. Приведите примеры природных ВМС растительного и животного происхождения.
3. Приведите классификацию белков и углеводов.
4. Какими качественными реакциями можно обнаружить белки и углеводы в растворе?
5. Укажите, какие изменения происходят в белках и углеводах в процессе хранения при производстве продовольственных товаров.

***РАЗДЕЛ 5. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ.***

**Тема 5.1 Введение. Общие положения и принципы аналитической химии.**  
Структура современной аналитической химии. Методы анализа. Аналитические свойства и реакции веществ. Правила безопасной работы в лаборатории.

*Литература ОИ 1 стр.6-12*

*Вопросы для самопроверки*

1. Укажите основные задачи аналитической химии.
2. Раскройте понятие «метод анализа».

### **Тема 5.2. Окислительно-восстановительные реакции.**

Виды окислительно – восстановительных реакций. Закономерности их протекания. Расстановка коэффициентов в схемах окислительно – восстановительных реакций методом электронного баланса. Значение окислительно-восстановительных реакций в природе и технике.

*Литература ОИ 1 стр.209-213*

*Вопросы для самопроверки*

1. Какие реакции называются окислительно-восстановительными?
2. Чем окислительно-восстановительные реакции отличаются от других химических реакций?
3. Какие вещества называются окислителями и какие восстановителями?

### **Тема 5.3. Классический количественный анализ и физико-химические методы анализа.**

Сущность гравиметрического анализа; последовательность операций в гравиметрическом анализе; типы гравиметрических измерений. Сущность титриметрического анализа; способы приготовления рабочих растворов; установочные вещества; сущность метода кислотно-основного титрования; рабочие растворы и способы их приготовления; способы титрования; сущность методов окисления-восстановления; сущность прямого и обратного титрования. Сущность метода перманганатометрии; сущность метода йодометрии; сущность метода трилонометрии; сущность фотометрических методов; сущность рефрактометрического анализа; сущность потенциометрического анализа; сущность хроматографических методов анализа; сущность поляриметрического анализа.

*Литература ОИ 1 стр.165-196, стр.355*

*Вопросы для самопроверки*

1. На чем основан гравиметрический анализ?

2. Дайте определения терминов «титрование», «титрант», «индикатор», «точка эквивалентности».
3. Как рассчитать массу навески и объем анализируемого раствора, необходимые для приготовления известного объема раствора?
4. Какими способами можно приготовить стандартные растворы?
5. Какой анализ называется йодометрическим?
6. Какова сущность фотометрического метода анализа?
7. Какова сущность рефрактометрического метода анализа?
8. Какова сущность потенциометрического метода анализа?
9. Какова сущность поляриметрического метода анализа?
10. Какова сущность хроматографического метода анализа.

#### **Тема 5.4. Качественный анализ.**

Классификация катионов и анионов. Изучение реакций открытия катионов 1-6 групп. Изучение реакций открытия анионов 1-3 групп. Определение состава неизвестной соли, растворимой в воде.

*Литература ОИ 1 стр.83-121*

## **ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ**

1. Во сколько раз изменится скорость химической реакции, если увеличить температуру на  $10^0\text{ C}$ ?  $K=3$

Решение:  $v = K \frac{t_2 - t_1}{10} = 3^1 = 3$

Ответ: скорость химической реакции увеличится в 3 раза.

2. Определить осмотическое давление раствора сахара (0,9 М) при температуре  $22^0\text{ C}$ .

Решение:  $\Pi = CRT$ , где

C- концентрация в молях, R- универсальная газовая постоянная, T- температура в  $K^0$  ( $0^0\text{ C} = 273^0\text{ K}$ )

Решение:  $\Pi = 0,9 * 8,314 * 295 = 2207,4\text{ Па}$

3. Определить скорость прямой реакции



$C\text{ KCL} = 0,3\text{ моль/л}$ ;  $C\text{ H}_2\text{SO}_4 = 1,8\text{ моль/л}$ ;  $K=2$

Решение: Определяем скорость реакции по закону действующих масс

$$V = C_1^n * C_2^m * K$$

$$V = 0,3^2 * 1,8 * 2 = 0,324\text{ моль/с}$$

4. Какая масса NaOH (гр) содержится в 1 л раствора с концентрацией 0,05 моль/л ?

Решение: 1. определяем, сколько весит 1 моль NaOH =  $23+16+1=40\text{ гр}$



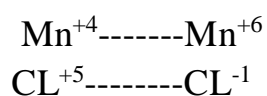
2. составляем пропорцию: 1 моль NaOH весит 40 гр  
 0,05 моль NaOH - // - x гр

$$X = 2 \text{ гр.}$$

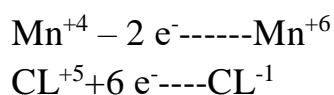
Ответ: 2 гр NaOH содержится в 1 л раствора с концентрацией 0,05 моль/л.

5. Решить окислительно-восстановительное уравнение:  
 $\text{MnO}_2 + \text{KClO}_3 + \text{KOH} = \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{KCl} + \text{H}_2\text{O}$ . Определить окислитель и восстановитель. Расставить коэффициенты.

а) определяем, атомы каких элементов изменили степень окисления:



б) определяем число потерянных и полученных электронов:



в) составим уравнения полуреакций:



г) основные коэффициенты при окислителе и восстановителе переносим в уравнение реакции:  
 $3\text{MnO}_2 + \text{KClO}_3 + 6\text{KOH} = 3\text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{KCl} + 3\text{H}_2\text{O}$ .

## ТАБЛИЦА ВЫБОРА ВАРИАНТОВ

Последняя цифра шифра	№ контрольных заданий
1	1,11,21,31,41
2	2,12,22,32,42
3	3,13,23,33,43
4	4,14,24,34,44
5	5,15,25,35,45
6	6,16,26,36,46
7	7,17,27,37,47
8	8,18,28,38,48
9	9,19,29,39,49
0	10,20,30,40,50

## ВОПРОСЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

1. Структура периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева.
2. Основные законы химии.
3. Характеристика газообразного состояния вещества. Идеальный газ.
4. Характеристика жидкого состояния вещества. Вязкость и поверхностное натяжение.
5. Характеристика твердого состояния вещества. Типы кристаллических решеток.
6. Фазовые переходы. Правило фаз.
7. Растворы. Способы выражения концентрации.
8. Теория электролитической диссоциации. рН-раствора.
9. Скорость химической реакции. Факторы, от которых она зависит.
10. Катализ. Виды катализа.
11. Ферментативный катализ. Применение в пищевой промышленности.
12. Оптические и молекулярно-кинетические свойства коллоидных систем.
13. Строение мицеллы гидрозоля. Коагуляция электролитами.
14. Белки как природные ВМС. Свойства их растворов.
15. Углеводы как природные ВМС. Свойства их растворов.
16. Адсорбция и адсорбенты.
17. Свойства грубодисперсных систем.
18. Эмульсии. Применение в пищевой промышленности.
19. Взвеси. Свойства их растворов.
20. Классификация дисперсных систем.
21. Пены. Применение в пищевой промышленности.
22. Студни и студнеобразование.
23. Основные методы получения и очистки коллоидных систем.
24. Свойства растворов ВМС.
25. Метод нейтрализации. Приготовление растворов по методу нейтрализации.
26. Определение титруемой кислотности молока, муки и других пищевых продуктов.
27. Метод оксидометрического титрования. Перманганатометрия.
28. Йодометрия. Основы йодометрического титрования.

29. Хроматография. Основы хроматографического анализа.
30. Гравиметрический анализ. Анализ состава пищевых продуктов гравиметрическим методом.
31. Источники получения органических веществ.
32. Классификация химических реакций в органической химии.
33. Химия высокомолекулярных соединений.
34. Основные классы органических соединений.
35. Классификация белков и углеводов.
36. Пищевые красители, применяемые при производстве пищевых товаров; химические красители, запрещенные к применению в РФ.
37. Структура современной аналитической химии. Методы анализа.
38. Правила безопасной работы в лаборатории.
39. Виды окислительно-восстановительных реакций. Закономерности их протекания.
40. Химическое равновесие. Сдвиг равновесия.
41. Во сколько раз изменится скорость химической реакции, если увеличить температуру на  $40^{\circ}\text{C}$ ?  $K=2$
42. Определить осмотическое давление раствора сахара (0,9 М) при температуре  $34^{\circ}\text{C}$ .
43. Строение мицеллы на примере золя нитрата серебра.
44. Написать математическое выражение скорости для данной реакции:
- $$\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} = \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$$
45. Определить скорость прямой реакции:  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 = 2\text{NH}_3$ , если  $C(\text{N}_2) = 1,2$  моль/л,  $C(\text{H}_2) = 2$  моль/л,  $K=1$ .
46. . Определить молярность 30%-ного раствора азотной кислоты. Плотность раствора  $= 1,221$  г/см<sup>3</sup>.
47. Какая масса NaOH (гр) содержится в 500 мл раствора с концентрацией 0,02 моль/л?
48. Рассчитать массу навески NaCl (гр), необходимую для приготовления 350 гр раствора с массовой долей 10 %.
49. Решить окислительно-восстановительное уравнение:  $\text{HgS} + \text{HNO}_3 + \text{HCl} = \text{HgCl}_2 + \text{S} + \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ . Определить окислитель и восстановитель. Расставить коэффициенты.
50. Решить окислительно-восстановительное уравнение:  $\text{SnCl}_2 + \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{Sn}(\text{SO}_4)_2 + \text{SnCl}_4 + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$ . Определить окислитель и восстановитель. Расставить коэффициенты.

Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Экологические основы природопользования

Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин

протокол № 2 от 2 сентября 2020 г.

Председатель ПЦК Филиппов (Шельникова О.В.)

Согласовано с методистом

Фел (Соловьев М.С.)  
От 27 августа 2020г.

с. Новый Быт, 2020 г.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Экологические основы природопользования по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Калмыкова Марина Станиславовна, преподаватель

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	4-7
2. Содержание учебной дисциплины	8-11
3. Требования к оформлению работы	12
4. Информационное обеспечение обучения	13
5. Критерии оценки знаний студентов	14-15
6. Варианты контрольной работы	16-20
7. Приложения	21-22

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания имеют целью помочь студентам-заочникам в самостоятельной работе над изучением экологических основ природопользования. Знание общих принципов рационального природопользования необходимы всем специалистам, которые проходят подготовку в средних специальных учебных заведениях, так как охрана окружающей природной среды и рациональное природопользование требуют всеобщей экологической грамотности.

Целью изучения дисциплины, входящей в цикл математических и естественнонаучных дисциплин, является получение студентами знаний и приобретение практических умений в области экологии и природопользования.

Изучение дисциплины позволяет решить следующие задачи:

получить представление о современном состоянии биосферы и глобальных проблемах окружающей среды, взаимосвязи организмов и среды обитания, причинах возникновения экологического кризиса, принципах рационального природопользования, мониторинге окружающей среды, международном сотрудничестве по охране окружающей среды и основных международных программах в этой области;

изучить нормативно-правовую документацию в области охраны природы и рационального природопользования;

приобрести практические умения использовать нормы и правила защиты окружающей среды в сфере профессиональной деятельности.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

Общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.



ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции:

1. Приемка и первичная обработка молочного сырья.

ПК 1.1. Принимать молочное сырье на переработку.

ПК 1.2. Контролировать качество сырья.

ПК 1.3. Организовывать и проводить первичную переработку сырья в соответствии с его качеством.

2. Производство цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.2. Изготавливать производственные закваски.

ПК 2.3. Вести технологические процессы производства цельномолочных продуктов.

ПК 2.4. Вести технологические процессы производства жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.5. Контролировать качество цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.6. Обеспечивать работу оборудования для производства цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ДПК 2.7. Контролировать соблюдение требований к сырью для производства молочных консервов и сухих детских молочных продуктов.

ДПК 2.8. Вести технологический процесс производства молочных консервов и сухих продуктов детского питания.

ДПК 2.9. Контролировать качество молочных консервов и сухих детских молочных продуктов.

ДПК 2.10. Обеспечивать работу оборудования для производства молочных консервов и сухих продуктов детского питания.

3. Производство различных сортов сливочного масла и продуктов из пахты.

ПК 3.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке различных сортов сливочного масла и напитков из пахты.

ПК 3.2. Вести технологические процессы производства различных сортов сливочного масла.

ПК 3.3. Вести технологические процессы производства напитков из пахты.

ПК 3.4. Контролировать качество сливочного масла и продуктов из пахты.

ПК 3.5. Обеспечивать работу оборудования при выработке различных сортов сливочного масла и напитков из пахты.

4. Производство различных видов сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.2. Изготавливать бактериальные закваски и растворы сычужного фермента.

ПК 4.3. Вести технологические процессы производства различных видов сыра.

ПК 4.4. Вести технологические процессы производства продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.5. Контролировать качество сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.6. Обеспечивать работу оборудования для производства различных видов сыра и продуктов из молочной сыворотки.

5. Организация работы структурного подразделения.

ПК 5.1. Участвовать в планировании основных показателей производства.

ПК 5.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 5.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 5.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 5.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

6. Выполнение работ по профессии «Изготовитель мороженого»

ПК 6.1. Готовить сырье для производства основных и дополнительных компонентов мороженого; составлять по заданным рецептурам смеси из сырьевых компонентов для различных видов мороженого.

ПК 6.2. Вести технологический процесс производства смеси мороженого.

ПК 6.3. Регулировать работу оборудования по производству мороженого.

Дисциплина «Экологические основы природопользования» взаимосвязана с предметами естественнонаучного цикла. Особенностью изучения данной дисциплины в заочной форме обучения является то, что большая часть теоретического материала должна прорабатываться самостоятельно. На аудиторские занятия отводится 8 часов. Каждому аудиторному занятию должно предшествовать не менее 8 часов самостоятельной работы.

Учебным планом предусмотрено выполнение одной контрольной работы в процессе изучения данной дисциплины.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Общие указания студенту-заочнику по работе над курсом «Экологические основы природопользования»

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из изучения материала по учебникам и выполнения контрольных работ. В помощь студентам заочного отделения техникум организует чтение лекций. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами для получения устной консультации (по графику заочного отделения). Указания студенту даются также в процессе рецензирования контрольных работ. Однако студент должен помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе помощь учебного заведения окажется достаточно эффективной. Завершающим этапом изучения курса является сдача зачета.

Формирование общих и профессиональных компетенций, а также приобретение необходимых умений и знаний обеспечивается следующим предметным содержанием

<b>Наименование разделов</b>	<b>Содержание учебного материала для выполнения контрольной работы</b>
Раздел 1. Принципы взаимодействия живых организмов и среды обитания	1 Среда обитания. Факторы среды. Пути приспособления организмов к условиям среды 2 Свойства водной среды обитания 3 Наземно-воздушная среда обитания 4 Почва как среда обитания 5 Биосфера 6 Экосистемы: типы и составляющие 7 Круговорот веществ в экосистемах 8 Взаимодействие видов в экосистемах
Раздел 2. Особенности взаимодействия общества и природы	1 Законы взаимодействия общества и природы 2 Основные источники техногенного воздействия на окружающую среду. Загрязнения 3. Основные группы отходов, их источники и масштабы образования 4 Физическое загрязнение окружающей

	<p>среды</p> <p>5 Химическое загрязнение окружающей среды</p> <p>6 Биологическое загрязнение окружающей среды</p>
Раздел 3. Развитие экосистем. Экологический кризис	<p>1 Принципы устойчивости экосистем</p> <p>2 Антропогенные воздействия на гидросферу</p> <p>3 Антропогенные воздействия на атмосферу</p> <p>4 Антропогенные воздействия на литосферу</p> <p>5 Антропогенные воздействия на биотические сообщества</p> <p>6 Возможные причины возникновения экологического кризиса.</p> <p>7 Глобальные экологические проблемы планеты</p>
Раздел 4. Принципы и методы рационального природопользования	<p>1. Понятие, виды и формы природопользования</p> <p>2. Основные положения рационального природопользования</p> <p>3. Методы экологического регулирования</p> <p>4. Природозащитные мероприятия. Роль технического прогресса в защите окружающей среды</p> <p>5. Принципы размещения производств различного типа</p> <p>6. Безотходные технологии и использование альтернативных источников энергии</p> <p>7. Природоресурсный потенциал Российской Федерации</p> <p>8. Охрана животного и растительного мира</p>
Раздел 5. Качество окружающей среды и его нормирование	<p>1. Понятие и принципы мониторинга окружающей среды</p> <p>2. Регламенты экологической безопасности</p>
Раздел 6. Правовые и социальные вопросы природопользования и экологической безопасности	<p>1. Экологическое законодательство Российской Федерации</p> <p>2. Государственные органы охраны окружающей природной среды.</p> <p>3. Международное сотрудничество в области природопользования и охраны окружающей среды</p>

Контрольные вопросы по дисциплине:

- 1 Экология, основные понятия и законы.
- 2 Антропогенное воздействие на природу на разных этапах развития человеческого общества.
- 3 Природные ресурсы. Их классификация.

- 4 Федеральный закон «Об охране окружающей среды».
- 5 Экологические кризисы и экологические катастрофы.
- 6 Особо охраняемые природные территории.
- 7 Характеристика аспектов охраны природы.
- 8 Причины истощения и загрязнения водных ресурсов.
- 9 Решение проблем рационального использования и охраны природы в развитых странах.
- 10 Какие законы регулируют рациональное использование и охрану недр России.
- 11 Характеристика правил и принципов охраны природы.
- 12 Что такое мониторинг водных ресурсов, как он осуществляется в России.
- 13 Решение проблем рационального использования и охраны природы в развивающихся странах.
- 14 Естественные и искусственные источники загрязнения атмосферы.
- 15 Рациональное использование и охрана минеральных ресурсов.
- 16 Органы управления и надзора по охране природы России.
- 17 Рациональное использование и охрана биологических ресурсов.
- 18 История охраны природы в России.
- 19 Меры защиты земель от эрозии.
- 20 Особые виды воздействия на биосферу (шумовое загрязнение, биологическое загрязнение, загрязнение бытовыми отходами).
- 21 Значение лесов в природе и жизни человека.
- 22 Результаты антропогенного воздействия на почвы и меры по охране почв.
- 23 Особо охраняемые природные территории Московской области.
- 24 Антропогенные формы ландшафтов и их охрана.
- 25 Роль международных организаций в охране природы.
- 26 Краткая история международного природоохранного движения.
- 27 Суть рационального использования и охраны охотничьих животных.
- 28 Правовые основы экологического образования в России.
- 29 Причины истощения минеральных ресурсов.
- 30 Задачи рационального природопользования.

Согласно учебного плана в процессе изучения курса экологические основы природопользования студентами выполняется одна домашняя контрольная работа, являющаяся одной из форм проверки и оценки усвоенных студентом знаний, а также средством самоконтроля. Выполнять домашнюю контрольную работу следует в соответствии с установленными учебным планом и графиком учебного процесса сроками сдачи. Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается и возвращается без оценки.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

- Работа выполняется на одной стороне бумаги формата А4 и брошюруется в скоросшивателе (либо в тетради). Текст может быть отпечатан на принтере (либо четко и разборчиво написан от руки).
- Шрифт 12, интервал междустрочный – 1,5 выравнивание по ширине в режиме Times New Romans, Microsoft Word. Параметры страницы: поля – верхнее и нижнее по 2 см., слева – 3 см, справа – 1,5 см.
- Страницы работы нумеруются. Титульный лист считается первым, но не нумеруется
- Объем работы не должен превышать 10-12 страниц печатного текста (или 13-15 страниц рукописного текста).
- После титульного листа должен следовать лист содержания работы с указанием страниц ее отдельных вопросов.
- На титульном листе обязательно указать вариант контрольной работы.
- В контрольной работе указать перечень литературы, используемой при выполнении (в том числе сайты Интернет).
- Контрольная работа представляется в срок, строго соответствующий календарному графику учебного процесса данной дисциплины.
- Контрольная работа должна быть выполнена и сдана преподавателю для проверки до начала сессии.
- Контрольная работа является допуском к зачёту.
- В работу должны быть включены все задания, строго по предложенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задания, а также задания не своего варианта не засчитываются.
- После получения прорецензированной работы студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента.
- При высылаемых исправлениях должна обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. Поэтому рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для всех дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.



## ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

### Основные источники (ОИ):

1. Экологические основы природопользования.

Саенко О.Е., Трушина Т.П. ООО «Издательство «КноРус» 2017 г

2. Экологические основы природопользования

Константинов В.М., Челидзе Ю. Б. М.; Издательский центр «Академия» 2013

### Дополнительные источники (ДИ):

1. Экологические основы природопользования.

Трушина Т.П. М.: Просвещение, 2010.

2. Экологические основы природопользования.

Манько О. М. и др. М.; Издательский центр «Академия» 2018

### Интернет-ресурсы (И-Р)

1. «Экология производства» – журнал. Форма доступа: [www.ecoindustry.ru](http://www.ecoindustry.ru)

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Качественные характеристики - полнота, обобщенность, системность, действенность и прочность. Они характеризуют обученность и развитость студентов, помогают определить: уровень воспроизведения усваиваемого содержания и связей внутри него; связи между отдельными частями содержания при закреплении и актуализации знаний, умений; степень преобразования, реконструкции и сформированности новых знаний, умений.

Основные показатели, конкретизирующие критерии знаний студентов - это оценки «5», «4», «3», «2», «1».

Косвенные показатели оценки знаний, умений студентов: качества личности, способствующие переходу знаний в убеждения, внутренние побудительные мотивы, познавательная активность и интерес, самостоятельность, критичность, положительная учебная мотивация.

<b>Основные показатели знаний студентов</b>		
Оценка	Полнота, системность, прочность знаний	Обобщенность знаний
«5»	Изложение полученных знаний в письменной форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентами	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений; свободное оперирование известными фактами и сведениями с использованием сведений из других предметов
«4»	Изложение полученных знаний в письменной форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентам и после указания преподавателя на них	Выделение существенных признаков изучаемого с помощью операций анализа и синтеза; выявлений причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений, в которых могут быть отдельные ошибки; подтверждение изученного известными фактами и сведениями
	Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного	Затруднения при выполнении существенных признаков изученного при выявлении причинно-следственных

«3»	материала; существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя	связей и формулировка выводов
«2»	Изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя	Бессистемное выделение случайных признаков изученного; не умение производить простейшие операции анализа и синтеза; делать обобщения и выводы
«1»	Полное незнание и не понимание учебного материала (студент не может ответить ни на один поставленный вопрос)	

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Вариант 1

Рассмотрите живую природу и человеческое общество в рамках единой динамической системы «Человек – Экономика – Биота – Среда». Охарактеризуйте компоненты системы и связи между ними.

Экологические катастрофы и их причины.

Национальные и международные экологические организации и программы.

### Вариант 2

Перечислите глобальные экологические проблемы и экологические проблемы России. Как они соотносятся?

Особо охраняемые природные территории Московской области

Природные ресурсы и их оценка.

### Вариант 3

Биосфера и экосфера. Их свойства и функции.

Природные условия России как главное эколого-экономическое богатство страны.

Охарактеризуйте основные принципы экоразвития и обсудите реальность их воплощения.

### Вариант 4

Проблема твердых бытовых отходов (ТБО).

Экологическое настоящее и будущее России.

Принципы охраны природы.

### Вариант 5

Понятие и структура популяции.

Проблема загрязнения природной среды.

Экология и экономика: противоречия и единство.

### Вариант 6

Экосистема. Определение, состав, структура и процессы экосистемы.

Экологические ограничения на использование человеком земельных, водных и биологических ресурсов планеты.

Экологический мониторинг.

Вариант 7

Факторы среды (абиотические, биотические, антропогенные).

Проблема радиоактивных отходов.

Охраняемые природные территории.

Вариант 8

Проблема демографического «взрыва».

Возобновляемые и невозобновляемые природные ресурсы.

Экологическая политика: сотрудничество и борьба.

Вариант 9

Уменьшение биологического разнообразия и утрата видов.

Техногенные экологические катастрофы.

Экологические партии и экологические движения.

Вариант 10

Кислотные осадки и их влияние на экосистемы.

Природные экологические катастрофы.

Платность природопользования.

Вариант 11

Парниковый эффект и изменение климата.

Радиационная обстановка на территории России.

Экологическая экспертиза.

Вариант 12

Проблема образования «озоновых дыр».

Экологическое положение в сельском хозяйстве.

Процедура ОВОС (Оценка воздействия на окружающую среду).

Вариант 13

Экологические нарушения и поражения, вызванные хозяйственной деятельностью человека. Приведите примеры.

Масштабы и последствия использования минеральных и топливно-энергетических ресурсов.

Заповедники, заказники и национальные парки.

Вариант 14

Современное состояние земельных ресурсов на нашей планете.

Качество природной среды и здоровье человека.

Экологизация экономики.

Вариант 15

Современное состояние водных ресурсов на нашей планете.

Причины образования «озоновых дыр».

Система экологического налогообложения.

Вариант 16

Экологические проблемы, связанные с загрязнением атмосферы.

Юридическая ответственность за экологические правонарушения.

Экологическое положение в промышленности.

Вариант 17

Преимущества и недостатки использования возобновляемых источников энергии (гидроэнергия, солнечная, геотермальная, ветровая, энергия морских волн, приливов, океана).

Экологическое право. Его источники.

Международные и национальные экологические фонды.

Вариант 18

Состояние растительных ресурсов на нашей планете.

Влияние природно-экологических и социально-экологических факторов на здоровье человека.

Экологический мониторинг.

Вариант 19

Современное состояние ресурсов животного мира.

Государственные органы охраны окружающей среды.

Концепция устойчивого развития.

Вариант 20

Учение В. И. Вернадского о биосфере.

Законодательные акты и нормативные документы в области защиты атмосферы, гидросферы, почвы и зеленых насаждений.

Нормирование безопасности промышленных товаров, пищевых продуктов.

Вариант 21

Последствия антропогенного воздействия на почвы.

Здоровье населения как объект техногенных экологических поражений.

Объекты экологической экспертизы и требования к ней.

Вариант 22

Лесные ресурсы России.

Цели и задачи экологического мониторинга.

Международное сотрудничество в области охраны природы.

Вариант 23

Антропогенные воздействия на гидросферу.

Научно-техническая революция и экологический кризис.

Юридическая ответственность за экологические правонарушения.

Вариант 24

Антропогенное воздействие на литосферу.

Участие России в международном экологическом сотрудничестве.

Единая государственная система экологического мониторинга (ЕГСЭМ).

Вариант 25

Локализация, изоляция и герметизация источников загрязнения.

Радиоэкологические проблемы.

История охраны природы.

Вариант 26

Виды и формы международного сотрудничества в области охраны окружающей среды.

Круговорот вещества и энергии в природе.

Сокращение биологического разнообразия.

Вариант 27

Факторы среды. Общие закономерности действия абиотических и биотических факторов.

Экологическое право. Его источники.

Проблема утилизации твердых бытовых отходов.

Вариант 28

Кислотные осадки. Объясните причину их возникновения.

Качество природной среды и здоровье человека.

Совершенствование и разработка малоотходных технологий.

Вариант 29

Задачи рационального природопользования.

Экологическая ниша человека.

Мониторинг экологического состояния региона, города, городского района.

Вариант 30

Антропогенное воздействие на биосферу.

Производственный экологический мониторинг (ПЭМ).

Государственная политика в области охраны природы и рационального природопользования.



Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Московской  
области

«Чеховский техникум»

Домашняя контрольная работа

по \_\_\_\_\_ ЕН. 02 Экологические основы природопользования \_\_\_\_\_

Студента группы № \_\_\_\_\_

Специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Ф.И.О. \_\_\_\_\_

Образцы оформления основных библиографических описаний

1. Шилов И.А. Экология: учебник для студ. учреждений спо- М.: Издательский центр «Академия», 2019.-210с.

2. Путилов А.В. Охрана окружающей среды: для учреждений спо- М.: Издательский центр «Академия», 2017.-240с.



Министерство образования Московской области  
ГБПОУ МО «Чеховский техникум»  
Структурное подразделение-1

Электротехника и электронная техника

Методические указания и контрольные задания для студентов - заочников по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии специальных дисциплин

протокол № 1 от 28 августа 2020 г.

Председатель ПЦК (И.В. Румянцева) (И.В. Румянцева)

Согласовано с методистом

(И.В. Румянцева) (И.В. Румянцева)

От 28 августа 2020г.

с. Новый Быт, 2020 г.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине Электротехника и электронная техника.

по специальности 19.02.07 Технология молока и молочных продуктов

Составитель: Евлахова Наталия Константиновна, зав.отделением, преподаватель

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

«Электротехника и электронная техника» является важным общетехническим предметом. Изучение электротехники должно базироваться на знаниях учащимися физики, математики, химии. Тесная связь между этими предметами позволяет сформировать научное мировоззрение на электрические явления в природе.

Учебная программа по «электротехнике и электронике» предусматривает изучение физических явлений и процессов, происходящих в электрических и магнитных полях и цепях, рассматривает методы расчета линейных и нелинейных электрических и магнитных цепей постоянного и переменного, синусоидального и несинусоидального токов, трехфазных цепей, переходные процессы; устройство, применение и принцип действия электротехнических устройств, электронных, ионных и полупроводниковых приборов; знакомит с электроизмерительной аппаратурой и средствами измерений и другие вопросы.

Все знания и умения, полученные учащимися при изучении электротехники, найдут применение при решении электротехнических задач в процессе изучения специальных предметов, а также в процессе практической работы при наладке, ремонте, установки и эксплуатации различного электрооборудования и электротехнических устройств.

Изучать курс электротехники необходимо в строгом порядке, предусмотренном программой. Это обеспечит систематичность получаемых знаний и логическую связь между различными разделами и темами предмета. Изучение учебного материала должно предшествовать выполнению контрольной работы.

Следует придерживаться такой последовательности изучения материала: ознакомиться с содержанием программы и подобрать рекомендуемую учебную литературу; изучить материал каждой темы задания, разобраться в основных понятиях, определениях, законах, правилах, следствиях и их логической взаимосвязи.

После того, как материал задания изучен, можно приступить к выполнению контрольной работы.

Задачи контрольной работы даны в последовательности тем программы и поэтому должны решаться постепенно, по мере изучения материала.

Задачи составлены в соответствии с программой курса по дисциплине «Электротехника и электронная техника», утвержденной Управлением учебных заведений среднего профессионального образования Минобрнауки России.

Контрольная работа содержит три задания. Вариант для каждого студента индивидуален. Номер варианта определяется последней цифрой номера личного дела (шифра) студента.

Контрольная работа выполняется в отдельной тетради, желательно в клетку. Условие задачи надо переписывать полностью и начинать решение необходимо с краткого перечня исходных данных и искомых величин. Необходимо оставлять поля шириной 20-25мм для замечаний рецензента. Формулы и расчеты выполняются чернилами, а чертежи схем выполняются карандашом, на графиках и векторных диаграммах указывают масштаб. Исходные данные и искомые величины выражаются в Международной системе единиц (СИ). Электрические схемы должны быть вычерчены в условных обозначениях, определенных стандартом.

Ход решения каждой задачи должен сопровождаться краткими пояснениями, т.е. следует указать, какие формулы применяются при решении задачи.

В заключении необходимо указать список литературы, используемой студентом при выполнении контрольной работы.

После получения работы с оценкой и замечаниями преподавателя надо исправить отмеченные ошибки и повторить недостаточно усвоенный материал. После получения не зачтенной работы студент должен в той же тетради выполнить ее снова по старому или новому варианту (в зависимости от указаний преподавателя) и предоставить работу на повторное рецензирование.

В случае возникновения затруднений при выполнении контрольной работы студент может обратиться в техникум для консультации.

Учебными планами заочного обучения предусмотрено выполнение учащимися нескольких лабораторно-практических заданий. Эти работы выполняются в период учебно-экзаменационной сессии. К этим работам учащиеся допускаются после сдачи контрольной работы. К сдаче экзамена допускаются учащиеся, которые имеют зачет по контрольным и лабораторным работам.

**ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:**  
**«Электротехника и электронная техника»**  
**С ПЕРЕЧНЕМ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

**Раздел 1. Электротехника.**

Тема 1.1. Электрическое поле.

Литература: Л-1, гл.1; Л-2, гл.1; Л-4, гл.1.

Тема 1.2. Электрические цепи постоянного тока.

Литература: Л-1, гл. 2; Л-2, гл. 2; Л-4, гл.2.

Тема 1.3. Электромагнетизм.

Литература: Л-1, гл.3; Л-2, гл.3.

Тема 1.4. Электрические цепи переменного тока.

Литература: Л-1, гл.4, 5; Л-2, гл. 5, 6; Л-4, гл.4, 5.

Тема 1.5. Трехфазные электрические цепи.

Литература: Л-1, гл.6; Л-2, гл.7; Л-4, гл.6.

Тема 1.6. Электрические измерения.

Литература: Л-1, гл.11; Л-2, гл.8

Тема 1.7. Трансформаторы.

Литература: Л-1, гл.7; Л-2, гл.9; Л-4, гл.7.

Тема 1.8. Электрические машины постоянного тока.

Литература: Л-1, гл.9; Л-2, гл.4; Л-4, гл.9.

Тема 1.9. Электрические машины переменного тока.

Литература: Л-1, гл.8; Л-2, гл.10; Л-4, гл. 10.

Тема 1.10. Основы электропривода.

Литература: Л-1, гл.13; Л-2, гл.11

**Раздел 2. Электроника.**

Тема 2.1 Электронные приборы.

Литература: Л-1, гл.14, 15, 16; Л-2, гл.13, 14, 15, 17.

Тема 2.2. Фотоэлементы.

Литература: Л-1, гл.17; Л-2, гл.18.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ  
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

В рекомендованной литературе студенты найдут достаточное число примеров решения задач, подобных тем, которые включены в контрольное задание. Ниже будут даны необходимые краткие методические указания к решению задач контрольной работы и примеры решения задач.

**Решение задачи 1** требует знания **темы 1,2. Электрические цепи**

**постоянного тока** : закона Ома для участка цепи, свойств

последовательного и параллельного соединения резисторов и первого

закона Кирхгофа Расчет электрической цепи с одним источником и

смешанным соединением резисторов методом свертывания проводится в следующей последовательности.



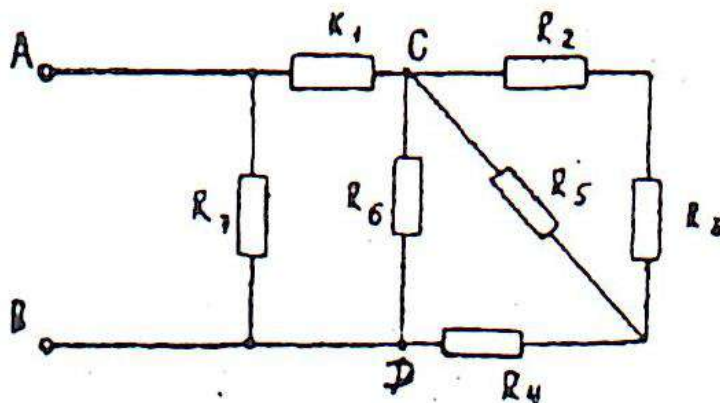
1. На схеме отмечаются все токи и узловые точки.
2. Группы резисторов с явно выраженным последовательным или параллельным соединением заменяются эквивалентными, и определяются их сопротивления. Общее (эквивалентное) сопротивление  $R(\text{Ом})$  последовательно включенных сопротивлений (потребителей) равно сумме этих сопротивлений:  $R = R_1 + R_2 + R_3$ . Обратная величина общего (эквивалентного) сопротивления  $R$  параллельно включенных потребителей равна сумме обратных величин сопротивлений этих потребителей:  
 $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ .
3. Замена производится до получения простейшей схемы, для которой элементарно определяется общее (эквивалентное) сопротивление всей цепи. По заданному напряжению источника и вычисленному общему сопротивлению всей цепи определяется ток в неразветвленной части цепи (общий ток), используя закон Ома для замкнутой цепи:  $I_{\text{общ.}} = U_{AB} / R_{\text{общ.}}$ . Если задано напряжение или ток на каком-нибудь резисторе, то производится расчет цепи с этого участка.
4. Определяются падения напряжения на участках цепи и ток каждого резистора. Индексы токов в ветвях удобно употреблять такими же, как и номер резистора на этом участке.
5. Мощность электрической цепи определяется произведением напряжения всей цепи и общего тока:  $P = U \cdot I$  (Вт).
6. Расход электрической энергии при работе электрической цепи за  $t$  часов определяется произведением мощности электрической цепи на время работы:  
 $W = P \cdot t$  (кВт·ч).

Расчет цепи методом свертывания рассмотрим на примере 1.1.

**Пример 1.1.** Для схемы, приведенной на рис.1.1., при заданных сопротивлениях всех потребителей цепи и напряжении  $U_{AB}$  определить токи всех потребителей и напряжения, приложенные к каждому потребителю.

**Решение.**

1. В рассматриваемой цепи (рис.1.1.) определяются группы потребителей, соединенных последовательно и параллельно. Определяются эквивалентные сопротивления участков, а схема при этом «свертывается»



Очевидно, резисторы  $R_2$  и  $R_3$  соединены последовательно, поэтому, используя свойства последовательного соединения резисторов, получим:

$$R_{2,3} = R_2 + R_3.$$

Исходная схема после нахождения  $R_{2,3}$  примет вид (рис.1.1а).

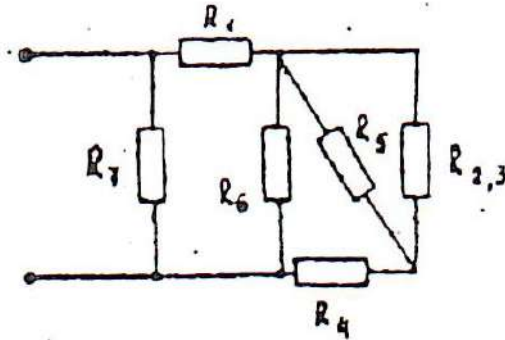


Рис.1.1а.

Сопротивление группы  $R_{2,3}$  соединено параллельно с резистором  $R_5$  и, используя свойства этого соединения, определяем:

$$R_{2,3,5} = R_{2,3} \times R_5 / (R_{2,3} + R_5).$$

Схема примет вид (рис.1.1б).

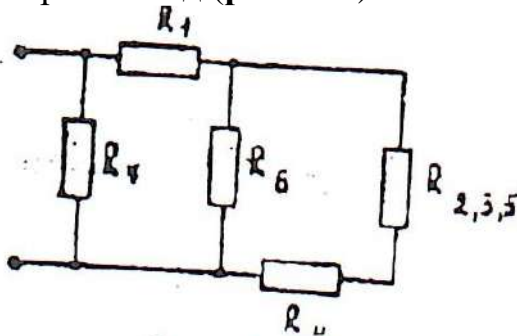


Рис.1.1б.

Резисторы  $R_{2,3,5}$  и  $R_4$  соединены последовательно, поэтому

$$R_{2,3,4,5} = R_{2,3,5} + R_4.$$

Схема имеет вид (рис.1.1в).

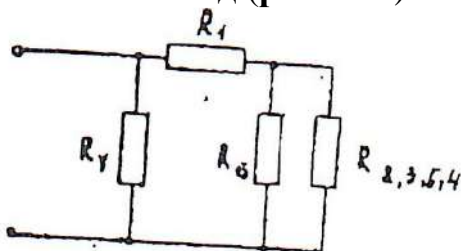


Рис.1.1в.

Резисторы  $R_6$  и  $R_{2,3,4,5}$  соединены параллельно, поэтому

$$R_{2,3,4,5,6} = R_6 \times R_{2,3,4,5} / (R_6 + R_{2,3,4,5}).$$

Схема примет вид (рис.1.1г):

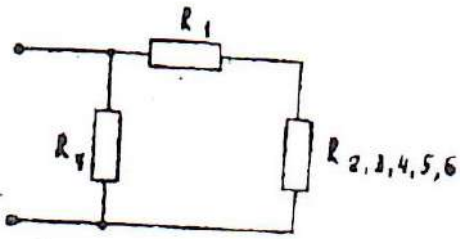


Рис.1.1г.

Резисторы  $R_1$  и  $R_{2,3,4,5,6}$  соединены последовательно, поэтому

$$R_{1,2,3,4,5,6} = R_1 + R_{2,3,4,5,6}.$$

И схема принимает вид (рис.1.1д).

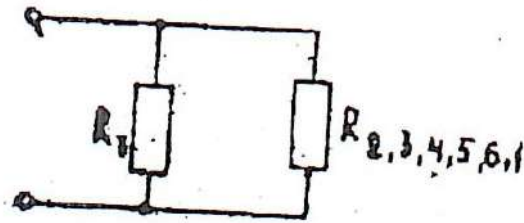


Рис.1.1д.

Дальнейшее упрощение схемы не нужно.

Находим  $R_{\text{общ}}$ .

$$R_{\text{общ}} = R_7 \times R_{1,2,3,4,5,6} / (R_7 + R_{1,2,3,4,5,6}).$$

2. Находим общий ток, протекающий в неразветвленной части цепи, воспользовавшись законом Ома для замкнутой цепи:

$$I_{\text{общ}} = U_{AB} / R_{\text{общ}}.$$

3. Третий пункт решения задачи сводится к нахождению токов и напряжений на отдельных участках. Эта часть задачи сводится к решению нескольких простейших задач. Количество этих задач равно количеству схем, которые появились в результате упрощения исходной схемы; в нашем примере таких схем, включая исходную, шесть (рис.1.1, а, б, в, г, д)

Нахождение токов и напряжений на участках цепи нужно начинать с последней схемы (рис.1.1д). Если проанализировать данные по этой схеме, то нам известно напряжение, приложенное к резисторам  $R_7$  и  $R_{1,2,3,4,5,6}$  и сопротивление каждой параллельной ветви, поэтому по закону Ома для участка цепи мы можем найти токи в ветвях:

$$I_7 = U_{AB} / R_7;$$

$$I_{1,2,3,4,5,6} = U_{AB} / R_{1,2,3,4,5,6}.$$

В схеме (рис.1.1д) мы определили токи и напряжения в каждом резисторе, поэтому начинаем расчет следующей схемы (рис.1.1г), т.е. определим токи и напряжения на каждом резисторе этой схемы. Ток и приложенное напряжение на  $R_7$  известны, значит ток, протекающий по ветви с резисторами  $R_1$  и  $R_{2,3,4,5,6}$ , так же будет известен:

$$I_{1,2,3,4,5,6} = I_1 = I_{2,3,4,5,6}.$$

так как резисторы соединены последовательно (**рис.1.1г**), поэтому нам остается найти напряжение

$U_1$  и  $U_{2,3,4,5,6}$ .

$U_1 = I_1 \times R_1$ ;  $U_{2,3,4,5,6} = I_{2,3,4,5,6} \times R_{2,3,4,5,6}$ .

Расчет схемы (**рис.1.1г**) закончен, так как мы знаем токи и напряжения на каждом резисторе этой схемы.

Рассчитаем параметры схемы (**рис.1.1в**). В этой схеме определяем токи  $I_6$  и  $I_{2,3,4,5}$ , так как все остальные токи и напряжения известны. Напряжения на резисторах  $R_6$  и  $R_{2,3,4,5}$  будут одинаковые, так как соединены они параллельно.

$U_{2,3,4,5,6} = U_{2,3,4,5} = U_6$ .

Определим на них токи по закону Ома.

$I_6 = U_6 / R_6$  ;

$I_{2,3,4,5} = U_{2,3,4,5} / R_{2,3,4,5}$ .

Расчет схемы (**рис.1.1в**) закончен. Переходим к расчету схемы (**рис.1.1б**). В этой схеме неизвестны напряжения  $U_4$  и  $U_{2,3,5}$ , а токи  $I_4 = I_{2,3,5} = I_{2,3,4,5}$ , так как резисторы соединены последовательно. Вычислим напряжения:

$U_4 = I_4 \times R_4$  ;

$U_{2,3,5} = I_{2,3,5} \times R_{2,3,5}$ .

Рассчитываем схему (**рис.1.1а**). В этой схеме нужно найти  $I_5$  и  $I_{2,3}$ . Из свойств параллельного соединения резисторов следует, что  $U_5 = U_{2,3} = U_{2,3,5}$ . По закону Ома вычислим токи:

$I_5 = U_5 / R_5$  ;  $I_{2,3} = U_{2,3} / R_{2,3}$ .

Произведем расчет исходной схемы (**рис.1.1**). В этой схеме нам не известно только напряжение на резисторах  $R_2$  и  $R_3$ . Ток, протекающий через эти резисторы будет одинаков и известен  $I_2 = I_3 = I_{2,3}$ , так как соединены резисторы последовательно. Вычислим напряжения.

$U_2 = I_2 \times R_2$  ;  $U_3 = I_3 \times R_3$ .

Таким образом, определены токи и напряжения всех включенных в цепь потребителей (**рис.1.1**).

**Пример 1.2** Условие предыдущей задачи. Известен ток  $I_6$  на резисторе  $R_6$ . Определить токи и напряжения на остальных потребителях.

**Решение.**

Определять общее сопротивление цепи нужно, упрощая исходную схему так же, как и в предыдущем примере.

Начинать расчет схемы, то есть, найти токи и напряжения каждого резистора, нужно с упрощенной схемы (**рис.1.1в**). Проведем расчет цепи слева от  $R_6$ .

По закону Ома найдем  $U_6$  и  $I_{2,3,4,5}$  ;

$U_6 = I_6 \times R_6$

Если  $R_6$  и  $R_{2,3,4,5}$  соединены параллельно, то

$U_6 = U_{2,3,4,5} = U_{2,3,4,5,6}$  ;

$I_{2,3,4,5} = U_{2,3,4,5} / R_{2,3,4,5}$  ;

$I_1 = I_6 + I_{2,3,4,5}$  ;

$U_{AB} = U_1 + U_{2,3,4,5,6} = U_7$  ;

$I_7 = U_{AB} / R_7$ .

Общий ток в неразветвленной части цепи можно определить, воспользовавшись первым законом

Кирхгофа:

$$I_{\text{общ.}} = I_7 + I_1 .$$

Теперь можно провести расчет цепи справа от  $R_6$  .

Резисторы  $R_4$  и  $R_{2,3,5}$  на схеме (рис.1.1в) соединены последовательно, значит

$I_4 = I_{2,3,5} = I_{2,3,4,5}$  , найдем напряжения

$$U_4 = I_4 \times R_4 ; U_{2,3,5} = I_{2,3,5} \times R_{2,3,5} .$$

Рассчитаем схему (рис.1.1.б):

$$U_5 = U_{2,3} = U_{2,3,5} ;$$

$$I_5 = U_5 / R_5 ; I_{2,3} = U_{2,3} / R_{2,3} ;$$

$$I_2 = I_3 = I_{2,3} ;$$

$$U_2 = I_2 \times R_2 ; U_3 = I_3 \times R_3 .$$

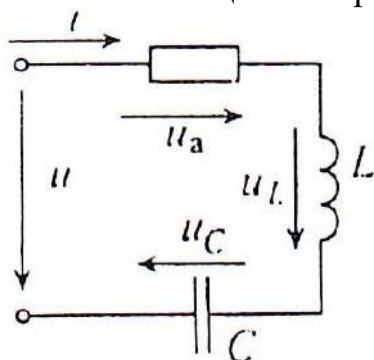
На этом расчет цепи закончен.

**Задача 2** относится к разветвленным цепям переменного тока. Для ее решения требуется знание

**темы 1.4. Электрические цепи переменного тока** и навык построения векторных диаграмм. Решать

задачу рекомендуется в следующей последовательности:

1. Отметить на схеме токи в ветвях и неразветвленной части цепи.
2. Вычислить токи в ветвях  $I_1$  и  $I_2$ , воспользовавшись законом Ома для неразветвленных цепей переменного тока(рис.2.1.):



$I=U/Z$  , где  $Z$ - полное сопротивление ветви вычисляется из треугольника сопротивлений (рис.2.1б):  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  , где  $X_L$  – индуктивное и  $X_C$  – емкостное сопротивление ветви.

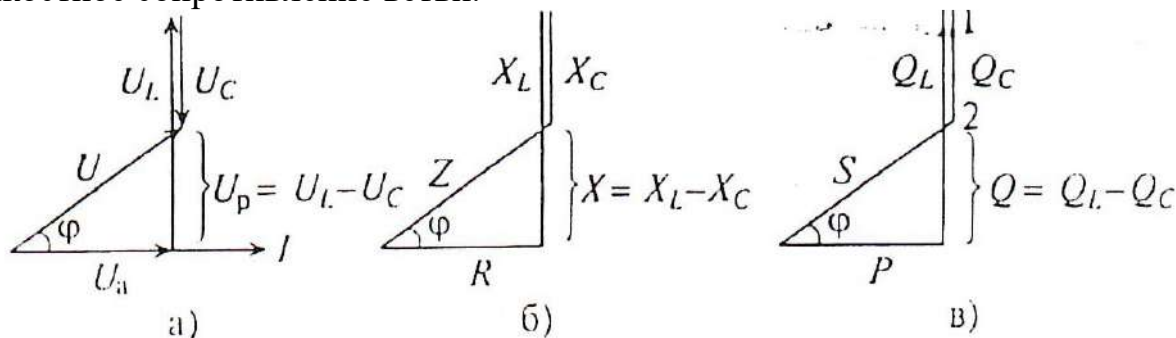
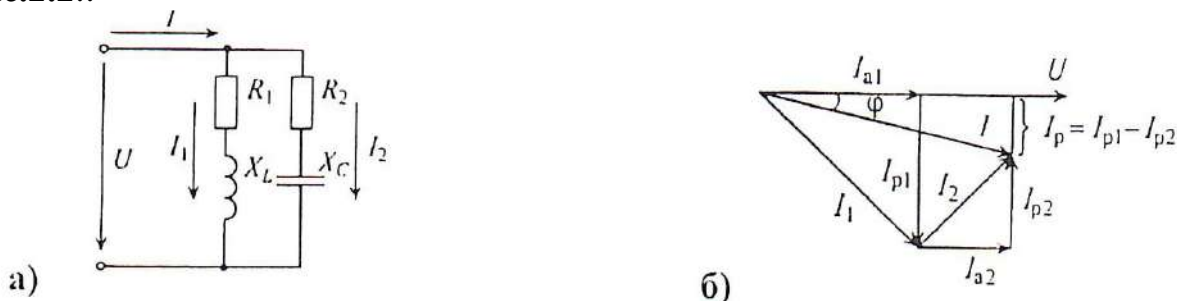


Рис.2.1.

3. Определить активную и реактивную составляющие токов в ветвях.

Для расчета разветвленных цепей синусоидального тока вводятся расчетные величины активного и реактивного токов цепи. Если к цепи, содержащей активное сопротивление  $R$  и реактивное ( $X_L$  или  $X_C$ ), приложено синусоидальное напряжение, то синусоидальный ток в цепи, вызванный этим напряжением, отстает (если в цепи  $X_L$ ) или опережает (если в цепи  $X_C$ ) его на угол  $\varphi$ . Векторная диаграмма для разветвленной цепи изображена на рис.2.2.:



Токи в ветвях  $I_1$  и  $I_2$  раскладывается на две составляющие, одна из которых  $I_a$  совпадает по фазе с напряжением, другая  $I_p$  – сдвинута на  $90^\circ$ .

Составляющая тока  $I_a$ , совпадающая по фазе с напряжением, называется активной составляющей, или активным током. Составляющая тока  $I_p$ , имеющая относительно сдвиг по фазе на угол  $90^\circ$ , называется реактивной составляющей, или реактивным током.

Активный и реактивный токи физического смысла не имеют. Они являются расчетными величинами, так как в неразветвленной цепи ток на всех участках имеет одинаковое значение. Однако понятия активный  $I_a$  и реактивный  $I_p$  токи значительно облегчают расчет разветвленных цепей синусоидального тока. Соотношения между токами определяются из треугольника токов.

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1, \text{ где } \cos \varphi_1 = R_1 / Z_1;$$

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2, \text{ где } \cos \varphi_2 = R_2 / Z_2;$$

$$I_{p1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1, \text{ где } \sin \varphi_1 = (X_{L1} - X_{C1}) / Z_1;$$

$$I_{p2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2, \text{ где } \sin \varphi_2 = (X_{L2} - X_{C2}) / Z_2.$$

При вычислении  $\sin \varphi$  нужно помнить, что если  $X_L > X_C$  то угол  $\varphi$  положителен ( $+\varphi$ ), если  $X_L < X_C$ , то угол  $\varphi$  отрицательный ( $-\varphi$ ).

#### 4. Определить ток неразветвленной части.

Ток в неразветвленной части цепи  $I$  равен геометрической сумме токов в ветвях, так как токи не совпадают по фазе. Для определения этого тока строится векторная диаграмма цепи

(рис.2.2б), из которой следует:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(I_{a1} + I_{a2})^2 + (I_{p1} - I_{p2})^2}.$$

#### 5. Вычислить коэффициент мощности всей цепи.

Коэффициент мощности всей цепи  $\cos \varphi$  вычисляется из векторной диаграммы токов:

$$\cos \varphi = (I_{a1} + I_{a2}) / I.$$

6. Определить активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности всей цепи. Если все стороны треугольника напряжений (рис.2.1а) умножить на величину тока цепи, то получится подобный прямоугольный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают мощности цепи, т.е. получился треугольник мощностей (рис.2.1в)

Произведение напряжения и тока цепи характеризует полную мощность цепи:

$$S = U \cdot I,$$

которая выражается в вольт-амперах  $[V \cdot A]$ .

Однако потребляется в цепи только часть полной мощности- активная мощность:

$$P = S \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

Где  $\cos \varphi$  показывает, какая часть полной мощности потребляется в цепи, поэтому  $\cos \varphi$  называют коэффициентом мощности:

$$\cos \varphi = P / S.$$

Из того же треугольника мощностей (рис.2.1в) можно записать:

$$Q = S \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin \varphi, \text{ где } Q = Q_L - Q_C, \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}.$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

7. Построить векторную диаграмму токов.

Построение векторной диаграммы для параллельного соединения ветвей нужно начинать с вектора напряжения  $U$ . Направить вектор напряжения нужно по положительному направлению оси  $\ll X \gg$  произвольной длины. Затем откладываются активная  $I_a$  и реактивная  $I_p$  составляющие векторов токов для каждой ветви в выбранном масштабе. Направление векторов токов рассмотрены выше. Вектор тока в неразветвленной части цепи  $I$  получаем как векторную сумму векторов  $I_{a1}, I_{a2}, I_{p1}, I_{p2}$ .

**Пример 2.1.** Для заданной схемы (рис.2.3.) определить токи в ветвях, ток в неразветвленной части; коэффициент мощности всей цепи; активную, реактивную и полную мощности всей цепи; построить в масштабе векторную диаграмму токов.

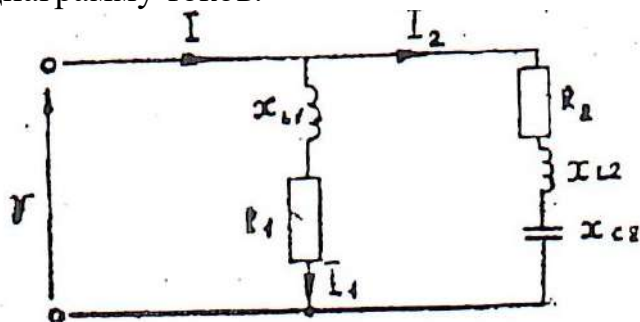


Рис.2.3

Известны значения всех сопротивлений:

$$R_1, X_{L1}, R_2, X_{L2}, X_{C2}.$$

напряжение, подводимое к цепи-  $U$ .

**Найти:  $I, I_1, I_2, P, Q, S, \cos \varphi$ .**

Построить векторную диаграмму токов в масштабе.

**Решение.**

1. Определяем токи в ветвях:

$$I_1 = U/Z_1; I_2 = U/Z_2 .$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2} .$$

2. Определяем активную и реактивную составляющие токов в ветвях:

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 , \text{ где } \cos \varphi_1 = R_1 / Z_1 ;$$

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 , \text{ где } \cos \varphi_2 = R_2 / Z_2 ;$$

$$I_{p1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 , \text{ где } \sin \varphi_1 = X_{L1} / Z_1 ;$$

$$I_{p2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 , \text{ где } \sin \varphi_2 = (X_{L2} - X_{C2}) / Z_2 .$$

3. Определяем ток в неразветвленной части:

$$I = \sqrt{I_{a2}^2 + I_{p2}^2} = \sqrt{(I_{a1} + I_{a2})^2 + (I_{p1} - I_{p2})^2} .$$

4. Определяем коэффициент мощности всей цепи:

$$\cos \varphi = (I_{a1} + I_{a2}) / I .$$

5. Определяем мощности:

$$S = U \cdot I ,$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi ,$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin \varphi , \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} .$$

6. Для построения векторной диаграммы требуется определить активную и реактивную составляющие токов. Если в ветвях содержится один активный элемент и один реактивный, то в этом случае затруднений с нахождением этих составляющих токов нет. В случае, если в ветвях есть два реактивных элемента ( в нашем примере во второй ветви  $X_{L2}$  и  $X_{C2}$  ), то отдельно найти составляющие

$I_{L2}$  и  $I_{C2}$  необходимо следующим образом:

$$I_{p2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = I_2 \cdot (X_{L2} - X_{C2}) / Z_2 = I_2 \cdot (X_{L2} / Z_2 - X_{C2} / Z_2) = I_2 \cdot (X_{L2} / Z_2) - I_2 \cdot (X_{C2} / Z_2) .$$

При таком алгебраическом преобразовании реактивной составляющей тока  $I_{p2}$  ясно, что

$$I_{L2} = I_2 \cdot (X_{L2} / Z_2) , \text{ а } I_{C2} = - I_2 \cdot (X_{C2} / Z_2) .$$

Построение векторной диаграммы для параллельного соединения ветвей начинаем с вектора напряжения -  $U$ . Направляем вектор напряжения по положительному направлению оси «X» произвольной длины. Чтобы отложить векторы токов на плоскости, выбираем масштаб. Векторы  $I_{a1}$  и  $I_{a2}$  – совпадают по направлению с вектором напряжения, так как активная составляющая тока совпадает по фазе с напряжением. Векторы  $I_{L1}$  и  $I_{L2}$  – совпадают с отрицательным направлением оси «Y» (направлены вниз), т.к. они отстают от вектора напряжения на  $90^\circ$ . Вектор тока  $I_{C2}$  - совпадает с



положительным направлением оси «У» (направлен вверх), т.к. он опережает напряжение на  $90^\circ$ .

Вектор тока в неразветвленной части цепи  $\bar{I}$  получаем как векторную сумму всех векторов -  $\bar{I}_{a1}$ ,  $\bar{I}_{a2}$ ,  $\bar{I}_{L1}$ ,  $\bar{I}_{L2}$ ,  $\bar{I}_{C2}$ .

Таким образом, векторная диаграмма для данной разветвленной цепи будет иметь вид (рис.2.4.):

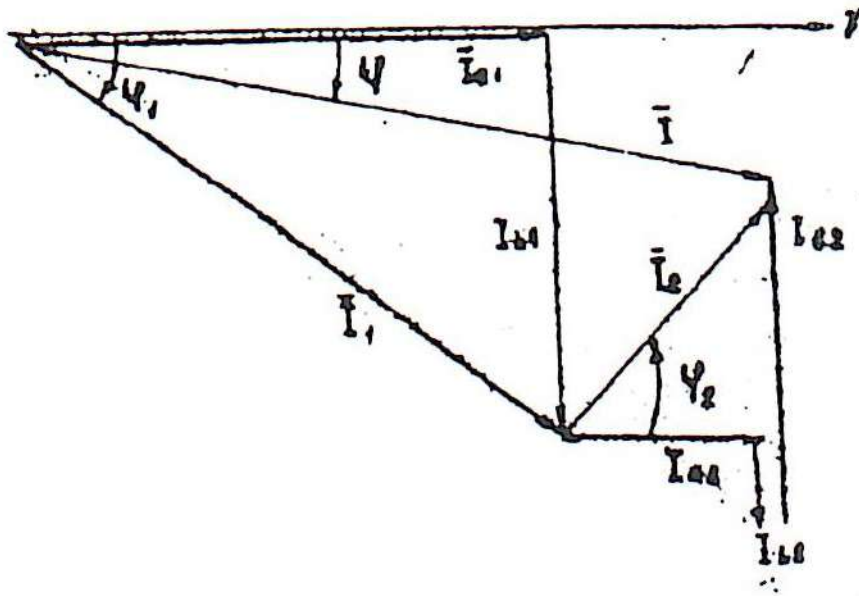


Рис.2.4.

**Второй способ решения.**

После нахождения токов в ветвях ( пункт 1) необходимо найти мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ .

$$P = P_1 + P_2 = I_{12} \cdot R_1 + I_{22} \cdot R_2 ;$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = I_{12} \cdot X_{L1} + I_{22} \cdot X_{L2} - I_{22} \cdot X_{C2} ;$$

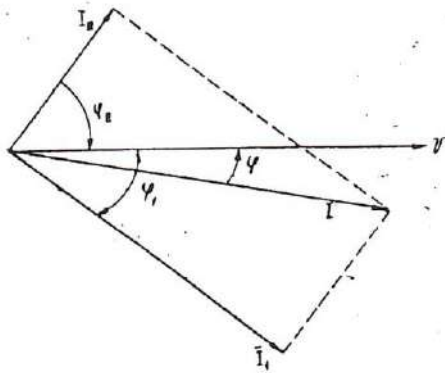
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} .$$

Но  $S=U \cdot I$ , отсюда  $I = S/U$ .

При этом способе решения задачи для построения векторной диаграммы необходимо найти  $\sin \phi_1$ , а затем  $\phi_1$ , и  $\sin \phi_2$ , а затем  $\phi_2$ .

Зная величину векторов  $I_1$  и  $I_2$  токов в ветвях, а так же углы поворота этих векторов по отношению к оси «X» -  $\phi_1$  и  $\phi_2$ , можно начертить их на плоскости в масштабе и графически сложить.

Получим векторную диаграмму (рис.2.5.):



**Рис.2.5**

**Третье задание** контрольной работы – теоретический вопрос. Для ответа на этот вопрос требуется знание тем: **1.6. – 1.9.** Ответ на вопрос требует знаний устройства, принципа действия, режимов работы, применения различных электротехнических устройств.

### **ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

Примерный перечень лабораторно-практических занятий имеет рекомендательный характер.

Проведение лабораторно-практических занятий предусматривает целью закрепление теоретических знаний и приобретение необходимых практических умений по программе учебной дисциплины.

#### **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ.**

1. Расчет цепей постоянного тока.
2. Расчет сложных цепей постоянного тока.
3. Расчет неразветвленных цепей переменного тока.
4. Расчет трехфазных цепей переменного тока.
5. Расчет силовых нагрузок трансформатора.
6. Расчет параметров асинхронного двигателя.
7. Расчет параметров заземления.

#### **ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ.**

1. Способы соединения сопротивлений.
2. Неразветвленные цепи с активным сопротивлением, катушкой индуктивности и конденсатором.

### **1. ВОПРОСЫ**

1. Сформулируйте определение электрического тока. При каких условиях протекает ток?
2. Напишите формулу силы тока, поясните названия всех величин, укажите единицы их измерения.
3. В чем проявляются действия электрического тока? (три примера)

4. Каким прибором измеряют электрический ток? Как включают прибор в схему? Каково графическое и буквенное обозначение прибора? В каких единицах измеряют ток?

5. В каких единицах измеряют электрический ток? Какой (примерно) ток протекает через электрическую лампу (накаливания)?

6. В каких единицах измеряют электрический ток? Каков порядок токов, протекающих по проводам высоковольтных линий электропередач? Какова (примерно) величина смертельного тока?

7. Что происходит с электрическим током в узлах схемы? Каково соотношение (формула) между током  $I_1$  подходящим к узлу, и токами  $I_2$  и  $I_3$ , отходящими от узла?

8. На каком участке ветви (в начале или в конце) величина тока больше и почему?

9. Сформулируйте определение электрического напряжения, напишите формулу. Поясните названия всех величин, укажите единицы их измерения?

10. Каким прибором измеряют электрическое напряжение? Как включают прибор в схему? Каково графическое и буквенное обозначение прибора?. В каких единицах измеряют напряжение?

11. В каких единицах измеряют напряжение? Какое напряжение в сети Вашей квартиры? При каком (примерно) напряжении передается электроэнергия в высоковольтных сетях? Какое напряжение считается высоким?

12. За счет чего (каких процессов) возникает электрическое сопротивление в металлах? Как влияет сопротивление на процессы в электрической цепи, на конкретные величины?

13. Напишите формулу для вычисления сопротивления (не из закона Ома, а в зависимости от свойств материала), поясните название всех величин, укажите единицы их измерения.

14. В каких единицах измеряют сопротивление? Какими приборами измеряют малые сопротивления? Какими - большие? Как включают измерительные приборы (по сравнению с амперметрами или вольтметрами)?

15. Укажите примерные числа (порядок величин) сопротивления: - жил проводов; - изоляции кабелей; - тела человека.

16. Напишите формулу закона Ома для участка цепи, поясните название всех величин, укажите единицы их измерения. К каким участкам (элементам) цепи должны относиться эти величины? Приведите два разных примера.

17. Напишите формулу закона Ома для полной цепи, поясните названия всех величин, укажите единицы их измерения.

18. Что такое "эквивалентное сопротивление"? Приведите два примера схем и соответствующие формулы.

19. Что такое "эквивалентное сопротивление"? Как его можно вычислить (по показаниям других приборов)? Приведите пример схемы с этими приборами.

20. Сравните сопротивление двух проводников цилиндрического сечения: - первый в 2 раза длиннее; - у второго в 2 раза меньше диаметр. Ответ поясните с помощью формул.

21. Что такое "электрическая цепь"? Укажите основные элементы электрической цепи. Приведите пример одного *вспомогательного* элемента; поясните - почему он не является основным.

22. Что происходит в источнике электроэнергии? Какие величины характеризуют источник электроэнергии; в каких единицах они измеряются?

23. Что такое "электродвижущая сила" источника? В каких единицах она измеряется? Как ее измерить?

24. Что такое "внутреннее сопротивление" источника? На что влияет эта величина?

25. Что такое "электрическая цепь"? Приведите примеры графических и буквенных обозначений следующих элементов (в соответствии с ГОСТ 2.721-74 и ГОСТ 2.710-81): - генератор; - рубильник, ключ; - лампа накаливания; - вольтметр.

26. Что такое "электрическая цепь"? Приведите примеры графических и буквенных обозначений следующих элементов (в соответствии с ГОСТ 2.721-74 и ГОСТ 2.710-81): - аккумулятор; - выключатель; - приемник, резистор; - амперметр.

27. Что такое "электрическая цепь"? Чем отличается "электрическая схема"? Приведите названия трех различных типов электрических схем и их краткую характеристику.

28. Что такое "режим работы" электрической цепи? Чем отличаются режимы один от другого? Перечислите известные Вам режимы. Какие из них являются аварийными?

29. Что такое "режим работы" электрической цепи? За счет чего в цепи создается определенный режим? За счет чего происходит переход от одного режима к другому? Как происходит этот переход - за счет действий электротехнического персонала или в связи с какими-то изменениями в нагрузке, у потребителей? Приведите два разных примера.

30. Как создать холостой ход генератора? Что можно сказать о его токе, напряжении при этом режиме? Допустим ли этот режим?

31. Как создать холостой ход электродвигателя? Что можно сказать о его токе, напряжении при этом режиме? Допустим ли этот режим?

32. Как создать в цепи рабочий режим; что должен сделать персонал? Что можно сказать в этом режиме о напряжении источника (по сравнению с холостым ходом)? От чего зависит величина тока? Допустим ли этот режим?

33. Какой режим работы оборудования и сетей называют номинальным? Могут ли параметры рабочего режима отличаться от номинальных:  
- ДА - по какой причине, на сколько; - НЕТ - почему?

34. Как возникает режим короткого замыкания генератора? Каковы в этом режиме величины тока, напряжения? Допустим ли этот режим?

35. Укажите названия двух аппаратов, защищающих генератор от коротких замыканий. Приведите их графические и буквенные обозначения.

36. Могут ли возникать короткие замыкания на зажимах (на клеммах) потребителей электроэнергии? Укажите значения токов и напряжений у генератора и на потребителе в этом режиме.

37. Приведите формулу зависимости напряжения генератора от его тока, поясните название всех величин. Изобразите соответствующий график  $U_r = f(I)$ . Поставьте на нем точки А и Б. Чем отличаются режимы работы в этих точках? Что необходимо сделать, чтобы перевести генератор из т. А в т. Б?

38. Приведите формулу зависимости напряжения генератора от его тока, поясните название всех величин. Изобразите соответствующий график  $U_r = f(I)$ . Поставьте на нем точку А, соответствующую любому рабочему

режиму и точку X, соответствующую режиму холостого хода. Что необходимо сделать, чтобы перевести генератор из т. А в т. X?

39. Приведите формулу зависимости напряжения генератора от его тока, поясните название всех величин. Изобразите соответствующий график  $U_T = f(I)$ . Поставьте на нем точку Б, соответствующую любому рабочему режиму и точку К, соответствующую режиму короткого замыкания. В каком случае генератор переходит из т. Б в т. К?

40. В цепи с питающим напряжением  $U = 60$  В последовательно соединены две лампы:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать напряжения  $U_1$  и  $U_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Что произойдет с мощностью  $P_1$  при возрастании сопротивления  $R_2$ ?

41. В цепи с питающим напряжением  $U = 60$  В параллельно соединены две лампы:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ , эквивалентное сопротивление  $R_3$ . Как изменятся величины тока  $I_2$  и мощности  $P_1$  при возрастании сопротивления  $R_1$ ?

42. В цепи с питающим напряжением  $U = 80$  В последовательно соединены два резистора:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 50$  Ом. Рассчитать напряжения  $U_1$  и  $U_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Что произойдет с мощностью  $P_1$  при уменьшении сопротивления  $R_2$ ?

43. В цепи с питающим напряжением  $U = 80$  В параллельно соединены два резистора:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 50$  Ом. Рассчитать токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Как изменятся величины тока  $I_2$  и мощности  $P_1$  при возрастании сопротивления  $R_1$ ?

44. В цепи с питающим напряжением  $U = 60$  В последовательно соединены лампа и резистор:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать напряжения  $U_1$  и  $U_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Что произойдет с мощностью  $P_1$  при возрастании сопротивления  $R_1$ ?

45. В цепи с питающим напряжением  $U = 60$  В параллельно соединены лампа и резистор:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Как изменятся величины тока  $I_2$  и мощности  $P_1$  при уменьшении сопротивления  $R_1$ ?

46. В цепи с питающим напряжением  $U = 50$  В последовательно соединены резистор и лампа:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать напряжения  $U_1$  и  $U_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Что произойдет с мощностью  $P_2$  при возрастании сопротивления  $R_1$ ?

47. В цепи с питающим напряжением  $U = 50$  В параллельно соединены резистор и лампа:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Как изменятся величины тока  $I_2$  и эквивалентного сопротивления  $R_3$  при уменьшении сопротивления  $R_1$ ?

48. В цепи с питающим напряжением  $U = 50$  В последовательно соединены резистор и лампа:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать напряжения  $U_1$  и  $U_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Что произойдет с общей мощностью  $P$  при возрастании сопротивления  $R_1$ ?

49. В цепи с питающим напряжением  $U = 50$  В параллельно соединены резистор и лампа:  $R_1 = 100$  Ом и  $R_2 = 200$  Ом. Рассчитать токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$ . Как изменятся величины тока  $I_1$  и мощности  $P_2$  при уменьшении сопротивления  $R_2$ ?

50. Перечислите три метода расчета сложных цепей. Какие величины обычно известны? Какие величины являются результатом расчетов? Зачем выполняют расчет цепей?

51. Сформулируйте 1-й закон Кирхгофа. Каким физическим процессом (свойством электрического тока) его можно объяснить?

52. Сформулируйте 2-й закон Кирхгофа. Сформулируйте правило знаков (при записи уравнений по 2-му закону). Как меняется запись уравнения, если в контуре нет ЭДС.

53. Запишите уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров I и II для схемы, изображенной на рис.1.

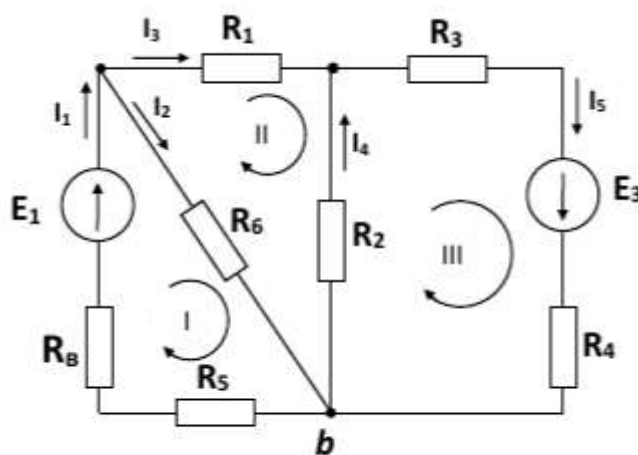


Рисунок 1

54. Запишите уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров I и III для схемы, изображенной на рис.1.

55. Запишите уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров II и III для схемы, изображенной на рис.1.

56. От генератора постоянного тока с ЭДС  $E = 100$  В и внутренним сопротивлением  $R_{вн} = 1$  Ом по медным проводам длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 4$  мм<sup>2</sup> получают питание 10 ламп сопротивлением  $R_{л} = 500$  Ом каждая, соединенных параллельно. Рассчитать: - напряжение на генераторе  $U_{г}$ ; - напряжение на лампах  $U_{л}$ ; - потерю напряжения на внутреннем сопротивлении генератора  $U_0$ .

57. От генератора постоянного тока с ЭДС  $E = 100$  В и внутренним сопротивлением  $R_{вн} = 1$  Ом по медным проводам длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 4$  мм<sup>2</sup> получают питание 10 ламп сопротивлением  $R_{л} = 500$  Ом каждая, соединенных параллельно. Рассчитать: - напряжение на генераторе  $U_{г}$ ; - напряжение на лампах  $U_{л}$ ; - потерю напряжения в проводах  $U_{пр}$ .

58. От генератора постоянного тока с ЭДС  $E = 120$  В и внутренним сопротивлением  $R_{вн} = 1$  Ом по медным проводам длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 4$  мм<sup>2</sup> получают питание 10 ламп сопротивлением  $R_{л} = 500$  Ом каждая, соединенных параллельно. Рассчитать: - напряжение на генераторе  $U_{г}$ ; - напряжение на лампах  $U_{л}$ ; - мощность всех ламп  $P_{л}$ .

59. От генератора постоянного тока с ЭДС  $E = 120$  В и внутренним сопротивлением  $R_{вн} = 1$  Ом по медным проводам длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 4$  мм<sup>2</sup> получают питание 10 ламп сопротивлением  $R_{л} = 500$  Ом каждая, соединенных параллельно. Рассчитать: - мощность генератора  $P_{г}$ ; - мощность всех ламп  $P_{л}$ ; - мощность потерь в проводах  $P_{пр}$ .

60. От генератора постоянного тока с ЭДС  $E = 220$  В и внутренним сопротивлением  $R_{вн} = 1$  Ом по медным проводам длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 4$  мм<sup>2</sup> получают питание 10 ламп сопротивлением  $R_{л} = 500$  Ом каждая, соединенных параллельно. Рассчитать: - мощность генератора  $P_{г}$ ; - мощность всех ламп  $P_{л}$ ; - мощность потерь в генераторе  $P_{вн}$ .

61. Что является источником электрического поля. На что действует электрическое поле? В чем заключается действие?

62. Опишите устройство конденсатора. Укажите его технические данные. Перечислите области применения конденсаторов (3 примера).

63. Приведите определение емкости. С чем связана величина емкости?

64. Что такое "электрическая емкость"? Как называются элементы, обладающие емкостью, специально включаемые в электрические цепи?



65. Что такое "электрическая емкость"? Приведите три примера элементов (частей) электрооборудования или электрических сетей, обладающих емкостью (не конденсаторов).

66. Что является источником магнитного поля? В чем проявляются действия магнитного поля?

67. Что такое "индуктивность"? Как называются элементы, обладающие индуктивностью, специально включаемые в электрические цепи?

68. Опишите устройство катушки индуктивности. Укажите ее технические данные. Перечислите области применения катушек индуктивности (3 примера).

69. Что такое "индуктивность"? Приведите три примера элементов (частей) электрооборудования, обладающих индуктивностью.

70. Какая величина является основной силовой характеристикой магнитного поля? Укажите ее буквенное обозначение, единицу измерения.

71. Запишите формулу электромагнитной силы. Поясните входящие в нее величины, единицы их измерения.

72. Сформулируйте правило левой руки. В каких случаях электромагнитная сила не возникает?

73. Запишите формулу ЭДС индукции в проводнике. Поясните входящие в нее величины, единицы их измерения.

74. Сформулируйте правило правой руки. В каких случаях ЭДС в проводнике не возникает?

75. Чему равно амплитудное значение напряжения на рис.2? Чему равно напряжение при значении угла  $\omega t = 20^\circ$ ? Чему равна начальная фаза этого напряжения? Записать формулу мгновенных значений напряжения.

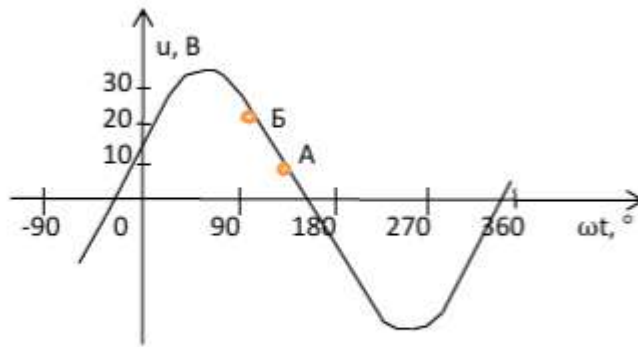


Рисунок 2

76. В какой точке - А или Б - рис.2 больше мгновенное значение напряжения? Каким величинам электрических углов соответствуют эти значения?

77. Чему равно амплитудное значение тока на рис.3? Чему равен ток при значении угла  $\omega t = 50^\circ$ ? Чему равна начальная фаза этого тока? Записать формулу мгновенных значений тока.

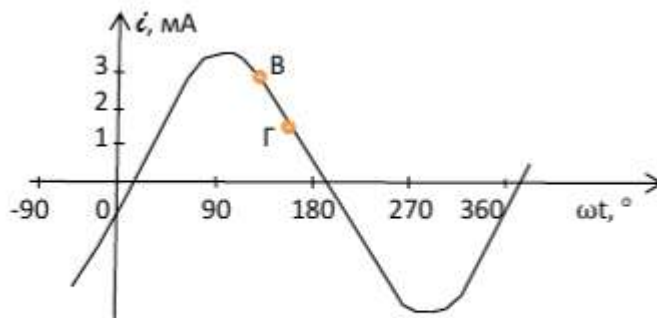


Рисунок 3

78. В какой точке - В или Г - рис.3 больше мгновенное значение тока? Каким величинам электрических углов соответствуют эти значения?

79. Изобразите векторную диаграмму для напряжения и тока, графики мгновенных значений которых изображены на рис.3 и рис.2.

80. Какая из величин, графики мгновенных значений которых изображены на рис. 3 и рис .2 - ток или напряжение - является опережающей? Каков сдвиг по фазе между ними?

81. Рассчитайте действующее значение напряжения, график которого изображен на рис. 2.

82. Рассчитайте действующее значение тока, график которого изображен на рис. 3.

83. Укажите (примерно) начальную фазу величин  $E_2$  и  $I_4$ , векторная диаграмма которых изображена на рис. 4. Какая из этих величин является опережающей? Почему?

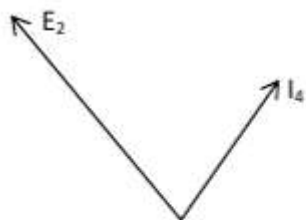


Рисунок 4

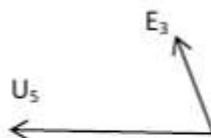


Рисунок 5



Рисунок 6

84. Укажите (примерно) начальную фазу величин  $E_3$  и  $U_5$ , векторная диаграмма которых изображена на рис. 5. Какая из этих величин является опережающей? Почему?

85. Укажите (примерно) начальную фазу величин  $I_1$  и  $U_4$ , векторная диаграмма которых изображена на рис. 6. Можно ли сказать, что эти величины изменяются в противофазе? Почему?

86. Изобразите схему неразветвленной RL-цепи (реальной катушки), обозначьте все элементы и величины. Напишите закон Ома для этой цепи, укажите названия и единицы измерения всех величин.

87. Напишите формулу полного сопротивления для неразветвленной RL-цепи (реальной катушки), укажите названия и единицы измерения всех величин.

88. Что такое "индуктивное сопротивление"? Какие элементы электрических цепей им обладают? Приведите его формулу, поясните названия и единицы измерения всех величин.

89. Напишите формулу индуктивного сопротивления, поясните названия и единицы измерения всех величин. У каких элементов электрических цепей это сопротивление больше? От чего (кроме параметров элемента) зависит индуктивное сопротивление?

90. Напишите формулу индуктивной мощности. Укажите названия и единицы измерения всех входящих в нее величин.

91. С какими процессами в электрической цепи связана индуктивная мощность?

92. Напишите формулу полной мощности для RL-цепи. Укажите названия и единицы измерения всех входящих в нее величин. Какие элементы электрических цепей рассчитывают по полной мощности?

93. Изобразите векторную диаграмму неразветвленной RL-цепи. Укажите названия всех величин.

94. Изобразите треугольник сопротивлений для неразветвленной RL-цепи. Укажите названия всех величин.

95. Изобразите треугольник мощностей для неразветвленной RL-цепи. Укажите названия всех величин.

96. Изобразите схему неразветвленной RC-цепи, обозначьте все элементы и величины. Напишите закон Ома для этой цепи, укажите названия и единицы измерения всех величин.

97. Напишите формулу полного сопротивления для неразветвленной RC-цепи, укажите названия и единицы измерения всех величин.

98. Что такое "емкостное сопротивление"? Какие элементы электрических цепей им обладают? Приведите его формулу, поясните названия и единицы измерения всех величин.

99. Напишите формулу емкостного сопротивления, поясните названия и единицы измерения всех величин. У каких элементов электрических цепей это сопротивление больше? От чего (кроме параметров элемента) зависит емкостное сопротивление?

100. Напишите формулу емкостной мощности. Укажите названия и единицы измерения всех входящих в нее величин.

101. С какими процессами в электрической цепи связана емкостная мощность?

102. Напишите формулу полной мощности для RC-цепи. Укажите названия и единицы измерения всех входящих в нее величин. Какие элементы электрических цепей рассчитывают по полной мощности?

103. Изобразите векторную диаграмму неразветвленной RC-цепи. Укажите названия всех величин.

104. Укажите треугольник сопротивлений для неразветвленной RC-цепи. Укажите названия всех величин.

105. Изобразите треугольник мощностей для неразветвленной RC-цепи. Укажите названия всех величин.

106. Начертите схему разветвленной RL-цепи (параллельного соединения), обозначьте все элементы и величины. Изобразите векторную диаграмму этой цепи.

107. Начертите схему разветвленной RC-цепи (параллельного соединения), обозначьте все элементы и величины. Изобразите векторную диаграмму этой цепи.

108. Начертите схему разветвленной LC-цепи (параллельного соединения), обозначьте все элементы и величины. Изобразите векторную диаграмму этой цепи.

109. Изобразите схему трехфазной четырехпроводной цепи, в которую включены резистор, катушка и конденсатор, соединенные в звезду.  $r=x_L=x_C$ . Изобразите векторную диаграмму цепи (векторы фазных напряжений и токов).

110. Изобразите схему трехфазной трехпроводной цепи, в которую включены резистор, катушка и конденсатор, соединенные в треугольник.  $r=x_L=x_C$ . Изобразите векторную диаграмму цепи (векторы линейных напряжений и фазных токов).

111. В трехфазную четырехпроводную цепь включены резистор, катушка и конденсатор, соединенные в звезду.  $r=x_L=x_C$ . Построить векторную диаграмму (векторы фазных напряжений и токов).

112. Как называется сеть, изображенная на рис.7? Как называется провод L2? Как называется величина, которую показывает прибор P2? По какому проводу течет ток  $I_5$ ?

113. Как называется сеть, изображенная на рис.7? Как называется провод PEN? Как называется величина, которую показывает прибор P6? На какое напряжение включен конденсатор C?

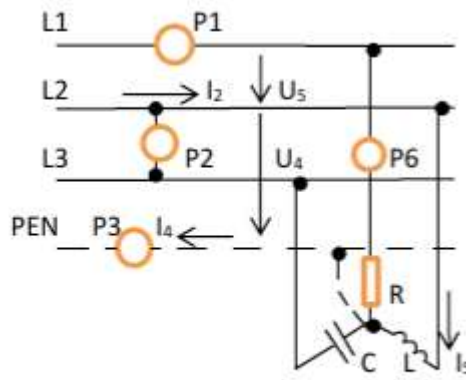


Рисунок 7

114. Как называется сеть, изображенная на рис.7? Как называется провод, в который включен прибор P1? Как называется величина, которую показывает прибор P3? На какое напряжение включен резистор R?

115. Как называется сеть, изображенная на рис.7? Как называется схема включения приемников (R, L, и C)? Укажите названия напряжений  $U_4$  и  $U_5$ ?

116. Как называется сеть, изображенная на рис.7? Как называется ток  $I_2$ ? Как называется ток, текущий через конденсатор? Можно ли приемники (R, L, и C) включить по-другому?

117. Напишите формулу активной мощности для трехфазной сети; поясните входящие в нее величины. На что расходуется эта мощность?

118. Напишите формулу реактивной мощности для трехфазной сети; поясните входящие в нее величины. Какие элементы считаются потребителями этой мощности?

119. Напишите формулу полной мощности для трехфазной сети; поясните входящие в нее величины.

120. Как называется величина  $\cos \varphi$ ? Приведите формулу для ее вычисления. Что характеризует эта величина, каково ее значение для энергетики?

121. Где и когда была построена первая в мире атомная электростанция?

122. Кто и когда построил первый в мире электромагнитный телеграф?

123. Кто и когда изобрел беспроводный телеграф?

124. Кто и когда установил принцип обратимости электрических машин?

125. Кто и когда изобрел электрическую лампу (накаливания)?

126. Что изобрел М.О. Доливо-Добровольский?

## 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВОПРОСОВ ПО ВАРИАНТАМ

№ вар.	№№ вопросов	№ вар.	№№ вопросов
1	2, 4, 9, 13, 24, 29, 36, 37, 40, 41, 53, 60, 64, 66, 72, 80, 89, 93, 97, 103, 106, 112, 117, 123	16	2, 6, 9, 13, 21, 29, 35, 37, 40, 49, 57, 64, 68, 74, 75, 80, 86, 91, 99, 104, 109, 112, 120, 126
2	3, 5, 12, 14, 23, 25, 35, 38, 42, 43, 50, 59, 63, 67, 71, 79, 83, 88, 92, 99, 105, 113, 118, 124	17	2, 4, 9, 13, 21, 29, 35, 38, 43, 48, 59, 63, 67, 71, 79, 83, 88, 92, 99, 105, 110, 113, 118, 124
3	1, 6, 11, 15, 22, 26, 34, 39, 44, 45, 58, 62, 68, 73, 78, 82, 89, 94, 97, 102, 198, 114, 119, 125	18	3, 5, 12, 14, 24, 29, 36, 37, 40, 49, 57, 62, 68, 73, 78, 82, 89, 94, 97, 102, 111, 114, 119, 125
4	2, 7, 10, 13, 21, 33, 37, 46, 47, 54, 57, 61, 69, 74, 77, 81, 87, 92, 100, 105, 109, 115, 120, 126	19	1, 6, 11, 15, 23, 25, 35, 38, 40, 41, 60, 61, 69, 74, 77, 81, 87, 92, 100, 105, 106, 115, 120, 126
5	3, 8, 9, 14, 24, 28, 32, 38, 41, 48, 56, 65, 70, 71, 76, 80, 88, 93, 96, 101, 110, 116, 117, 121	20	2, 7, 10, 13, 22, 26, 34, 39, 42, 43, 59, 65, 70, 71, 76, 80, 88, 93, 96, 101, 107, 116, 117, 121
6	2, 4, 12, 14, 23, 29, 31, 39, 40, 43, 59, 64, 67, 72, 79, 85, 86, 91, 99, 104, 111, 112, 118, 122	21	3, 8, 9, 14, 21, 27, 33, 37, 44, 45, 58, 64, 67, 72, 79, 85, 86, 91, 99, 104, 108, 112, 118, 122
7	3, 5, 11, 22, 25, 30, 37, 42, 45, 55, 58, 63, 68, 74, 78, 84, 91, 95, 100, 103, 106, 113, 119, 123	22	2, 4, 12, 14, 24, 28, 32, 38, 46, 47, 57, 63, 68, 74, 78, 84, 91, 95, 100, 103, 109, 113, 119, 123
8	1, 6, 10, 12, 21, 26, 36, 38, 44, 47, 57, 62, 69, 73, 77, 83, 90, 94, 96, 104, 107, 114, 120, 124	23	3, 5, 11, 13, 23, 29, 31, 39, 48, 49, 56, 62, 69, 73, 77, 83, 90, 94, 96, 104, 110, 114, 120, 124
9	2, 7, 9, 11, 24, 27, 35, 39, 46, 49, 56, 70, 74, 76, 77, 82, 89, 93, 97, 103, 108, 115, 117, 125	24	1, 6, 10, 12, 22, 25, 30, 37, 40, 43, 59, 61, 70, 74, 76, 82, 89, 93, 97, 103, 111, 115, 117, 125
10	3, 8, 12, 15, 23, 28, 34, 37, 41, 48, 60, 65, 66, 73, 75, 81, 88, 92, 99, 105, 109, 116, 118, 126	25	2, 7, 9, 11, 21, 26, 36, 38, 41, 48, 60, 65, 66, 73, 75, 81, 88, 92, 99, 105, 106, 116, 118, 126
11	1, 4, 11, 14, 22, 29, 33, 38, 40, 45, 58, 64, 67,	26	3, 8, 12, 15, 24, 27, 35, 39, 44, 47, 57, 64, 67, 72, 80, 85, 87, 91, 98, 104, 107, 112,

	72, 80, 85, 87, 91, 98, 104, 110, 112, 119, 121		119, 121
12	2, 5, 10, 13, 21, 25, 32, 39, 42, 47, 57, 63, 68, 71, 79, 84, 90, 95, 98, 103, 111, 113, 120, 122	27	1, 4, 11, 14, 23, 28, 34, 37, 46, 49, 56, 63, 68, 71, 79, 84, 90, 95, 98, 103, 108, 113, 120, 122
13	3, 6, 9, 12, 24, 26, 31, 37, 44, 49, 56, 62, 69, 71, 78, 83, 89, 94, 97, 102, 106, 114, 117, 123	28	2, 5, 10, 13, 22, 29, 33, 38, 41, 48, 60, 62, 69, 71, 78, 83, 89, 94, 97, 102, 109, 114, 117, 123
14	4, 7, 11, 15, 23, 27, 30, 38, 41, 46, 60, 61, 70, 72, 77, 82, 88, 93, 96, 101, 107, 115, 118, 124	29	3, 6, 9, 12, 21, 25, 32, 39, 40, 45, 58, 61, 70, 72, 77, 82, 88, 93, 96, 101, 110, 115, 118, 124
15	5, 8, 10, 14, 22, 28, 36, 39, 43, 48, 59, 65, 67, 73, 76, 81, 87, 92, 100, 105, 108, 116, 119, 125	30	4, 7, 11, 15, 24, 26, 31, 37, 42, 47, 57, 65, 67, 73, 76, 81, 87, 92, 100, 105, 111, 116, 119, 125

### 3. ОФОРМЛЕНИЕ РАБОТЫ

1. Работа выполняется на листах формата А4, скрепленных степлером или в файле.

2. Работа печатается на ПК. Текст - Times New Roman, размер - 14, интервал - 1,5.

3. Сначала записывается (копируется) вопрос (или задача) с номером, затем дается ответ (решение).

Ответы должны быть полными, но краткими - не более 4-х предложений.

4. Оформление задачи (вычислений):

- сначала с абзаца записывается полное название величины;

- затем по центру записывается формула в общем виде;

- потом с абзаца записывается вычисление и результат с единицей измерения, например:

"Мощность потерь в проводах

$$P_{\text{пр}} = 2 \cdot I^2 \cdot R_{\text{пр}}$$

$$P_{\text{пр}} = 2 \cdot 1,21^2 \cdot 4,25 = 12,4 \text{ Вт}"$$



5. При отсутствии ответа за текстом вопроса следует пустая строка с прочерком ( - ), после нее следует очередной вопрос и т.д.

6. После текста работы приводится список используемой литературы.